

"تقدير زمن البقاء باستخدام رابطة كلايتن للتوزيع الثنائي الآسي المشترك" دراسة حالة في مستشفى الطفل المركزي ومستشفى غازي الحريري للجراحات التخصصية

م. جاسم حسن لازم
الكلية التقنية الإدارية / بغداد

1- المستخلص

إن دالة الرابطة تعتبر من الدوال اللا معلمية وهي دالة سهلة الاستخدام وفتحت باباً واسعاً لإيجاد العديد من التوزيعات الثنائية وفي بحثنا هذا تم استخدام رابطة كلايتن لإيجاد التوزيع الثنائي الآسي المشترك ومن ثم إيجاد زمن البقاء من خلال استخدام بيانات حقيقية لتطبيقين في مستشفى الطفل المركزي وعينة من مستشفى غازي الحريري للجراحات التخصصية وذلك من خلال إيجاد دالة توزيع مشتركة بين المتغيرين المدروسين بقيمة اعتمادية معلومة ومن ثم دالة البقاء المشتركة لحساب احتمالات زمن البقاء، ومن خلال هذا البحث تم التوصل إلى أنه كلما كانت نسبة داء الصفراء إلى نسبة الدم في الجسم مع عمر معين عالية كلما كان زمن البقاء منخفضاً، وفي التطبيق الثاني تبين أن عندما يكون عمر المريض فوق الستون سنة كلما كانت فعالية الدواء في العلاج أقل.

"Estimating survival time by using clayton copula of bivariate exponential distribution"

A case study in central a child hospital and Ghazi Al Hariri hospital on a special surgery

Lecturer: Jasim Hassan Lazim

Technical college of Management / Baghdad

Abstract:

The copula function is considered on of nonparametric function which is easily implement able and opening wide door to find a lot of bivariate distribution in this paper clayton's copula has been used to find the bivariate exponational distribution then to find survival rate through the use of real data for two applications the pediatric control hospital and sample from Ghazi Al Hariri hospital by using bivariate distribution between two variable with a known depending value and calculate the probabilities of survival time results by the research it was proved that whenever to be yellow disease ratio is high to blood ratio in human with age is high whenever to be survival time is low. Second application is show to ill age to pass 60 years, whenever to be medicine active in treatment is low.

2-المقدمة وهدف البحث

إن عملية دراسة المتغيرات في كافة المجالات ضروري لاستخلاص النتائج واتخاذ القرارات ولكن يجب معرفة طبيعة هذه المتغيرات سواء كانت مستقلة أو معتمدة ، في حالة وجود الاستقلالية نستطيع إيجاد العلاقة التي تربط هذه المتغيرات ولكن المشكلة الحقيقية تكمن في وجود ترابط أو اعتمادية بين هذه المتغيرات [8] (Johnson 1987) ، والسؤال الأهم ما مقدار هذه الاعتمادية بين تلك المتغيرات.

إن دالة الرابطة هي أداة مهمة لنمذجة التوزيعات متعددة المتغيرات وذات التطبيقات الواسعة في الحقول الاقتصادية والمالية والطبية، وتوسع استعمالها كثيراً كما أشار إلى ذلك الباحث [2] (Cherubini 2004) ، إن الخاصية الرئيسية والفعالة في دالة الرابطة هي تلك التي تجعلها تسمح بنمذجة التوزيعات الحدية وتحديد تركيبة الاعتمادية بين المتغيرات المطلوب وصفها في صيغة دالة احتمالية مشتركة لكي تعبر عن ترابط المتغيرات ، وقد وجدت العديد من عوائل الرابطة المعلمية التي تشترك معظمها بخصائص تتمثل في تحديد دالة الرابطة وبالتالي إيجاد التوزيعات المعلمية المشتركة [10] (Nelsen 2006) ، وفي عام 2009 قام الباحث [12] Sakji and Benazza¹ باستخدام الرابطة البيزية في مجال استرجاع الصور، وفي عام 2010 قام الباحث [13] Zong وآخرون باستخدام دالة الرابطة لمتعدد المتغيرات وطبقها في حقل إدارة المخاطر المالية وفي العام نفسه قام الباحث [9] Liu وآخرون بالتنبؤ لأسهم الكهرباء المستقبلية وذلك بالاعتماد على رابطة Garch وفي عام 2011 قام الباحث [7] Guo وآخرون بتقدير معالم رابطة Cedars باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وسوف نفتصر في هذا البحث على دراسة متغيرين فقط وكيفية إيجاد التوزيع الثنائي بين تلك المتغيرات ضمن قيمة اعتمادية معينة ودراسة هذين المتغيرين من خلال تطبيقها على بيانات حقيقية لعينة مسحوبة من مستشفى غازي الحريري وعينة مسحوبة من مستشفى الطفل المركزي.

3-الجانب النظري [3]

تعرف الرابطة على إنها دالة لتوزيع متعدد المتغيرات معرفة على المجال $[0,1]^n$ وان التوزيعات الحدية الأصلية هي من التوزيع المنتظم، وهنا يمكن القول إن الرابطة هي الدوال التجميعية (التراكمية) لتوزيعات متعددة المتغيرات ومن النوع المستمر مع توزيعات أحادية لمتغيرات محولة Transformed.

وان نظرية (Sklar) فتحت الباب واسعا أمام العديد من الباحثين للبحث في موضوع دالة الرابطة لدوال التوزيعات الثنائية التي تمتلك دوال حدية.

3-1 نظرية (1) [2][8] (Sklar's theorem)

لتكن H دالة من المتغيرات العشوائية X_1, X_2, \dots, X_n وان لكل متغير X_i دالة توزيع

حدية F_1, \dots, F_n فهناك n من الروابط C لكل X في \bar{R} إذ إن:

$$H(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad \dots (1)$$

فإذا كانت الدوال التجميعية F_1, \dots, F_n من النوع المستمر فان C دالة وحيدة (unique) ومحددة بالمجال $RanF_1, \dots, RanF_n$ على التوالي.

وكنتيجة لنظرية Sklar فان لكل دالة توزيع مشتركة H دوال توزيع لمجموعة n من الدوال المستمرة الهامشية F_1, \dots, F_n وأن C رابطة لأي u في المجال $[0,1]^n$ هي:

$$C(u_1, \dots, u_n) = HF_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n) \quad \dots (2)$$

كما تمتلك دالة الرابطة لمتغيرين مشتركين (u, v) معرفين على المجال $C: I^2 \rightarrow I$ الخصائص الآتية [3]

1- ان لكل u, v في I يكون

$$C(u, 0) = 0 = C(0, v) \quad \dots (3)$$

$$C(u, 1) = u \quad \text{and} \quad C(1, v) = v \quad \dots (4)$$

2- وان لكل u_1, u_2, v_1, v_2 في I يكون

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0 \quad \dots (5)$$

إذ إن: $u_1 \leq u_2, v_1 \leq v_2$

إذ إن C مستمرة وثنائية التزايد (2-increasing)

وتحدد بدالة تدعى فرجت - هودنغ وان حدود فرجت - هودنغ لدالة التوزيع المشتركة [11] (The Frechet hoeffding bounds for joint distribution)

لتكن W, M, Π هي دوال معرفة على المجال $[0,1]^n$

3-2 نظرية (2) [11][1]

لتكن C أي رابطة فان لكل u في $[0,1]$ تكون حدوده معرفة بالمعادلة التالية:

$$W^n(u) \leq C(u) \leq M^n(u) \quad \dots (6)$$

ولمتغيرين فقط فإنها تكتب بالشكل التالي:

$$W(u, v) = \max(v + u - 1, 0) \leq C(u, v) \leq \min(u, v) = M(u, v) \quad \dots (7)$$

ولكل G, F في دالة التوزيع المشتركة H للمتغيرين X, Y تكتب بالصيغة التالية:

$$\max(F(x) + G(y) - 1, 0) \leq H(x, y) \leq \min(F(x), G(y)) \quad \dots(8)$$

3-3 رابطة كلايتن [8][10]

تعرف رابطة كلايتن كما في المعادلة 9

$$C_{\theta}(u, v) = \max[(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}, 0] \quad \dots(9)$$

وان حدود تلك الدالة هي

$$\theta \in [-1, \infty) / \{0\} \text{ or } 0 < \theta \leq \infty$$

وان الصيغة الثانية لدالة أو رابطة كلايتن والتي هي أكثر شيوعا هي

$$C(u, v) = C[(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}] \quad \dots(10)$$

لتصبح رابطة دالة البقاء كما في المعادلة (11)

$$C_R(u, v) = 1 - [(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}] \quad \dots(11)$$

$$u = 1 - \exp\left\{-\frac{x}{\theta_1}\right\} \quad \dots(12)$$

$$v = 1 - \exp\left\{-\frac{y}{\theta_2}\right\} \quad \dots(13)$$

ومن المعادلة رقم (11) نحصل على دالة التوزيع الثنائي المشترك

$$C_R(x, y) = 1 - [(1 - \exp\left\{-\frac{x}{\theta_1}\right\})^{-\theta} + (1 - \exp\left\{-\frac{y}{\theta_2}\right\})^{-\theta} - 1]^{-1/\theta} \quad \dots(14)$$

4- الجانب التطبيقي

وفيما يلي وصف للجانب التطبيقي والذي سيتم من خلاله استعراض لنوع التطبيق المختار وطبيعة البيانات، حيث تم سحب عينتين العينة الأولى هي مرض التهاب الكبد الفايروسي (داء الصفراء) والذي يعتبر من الأمراض واسعة الانتشار والخطيرة في نفس الوقت وعلاقته بنسبة الدم في الجسم وحساب النسبة بين هذين المتغيرين مع متغير آخر هو عمر المريض والعينة الثانية تتمثل في بيان تأثير جرعة الدواء والتي هي (ايبركس) إلى نسبة الدم في الجسم إلى متغير آخر هو عمر المريض لوضع السياسات المناسبة بين يدي أصحاب العلاقة من ذوي الاختصاصات الطبية لإعطاء المزيد من التخطيط لتجنب خطورة المرض.

4-1 العينة الاولى

4-1-1 وصف وتعريف المرضين [6]

4-1-1-1 تعريف نسبة داء الصفراء في مصل الدم (T.S.B) Total Serum Bilrubn وهو عبارة عن نسبة عصارة الصفراء في مصل الدم، وسوف نرمز له بالرمز (by)، وهو على ثلاثة أنواع:

1- التهاب الكبد نوع (a): وهو أكثر أنواع الالتهابات انتشارا على مستوى العالم وغالبا ما يحدث كوباء وأكثر ما يصيب الأطفال والبالغين صغار السن وينتقل عن طريق الطعام والماء.

2- التهاب الكبد نوع (b): هو التهاب يصيب الكبد ويعمل على تدمير خلاياه ويسبب سرطان الكبد وينتقل عن طريق الدم.

3- التهاب من نوع (c): وهو عبارة عن فايروس خطير يعد أكثر تطورا من فايروس b من ناحية مقاومة للدواء.

حيث تكون نسبة T.S.B الطبيعية محصورة بين (0.8-1.2) حيث تتوزع هذه النسبة كالآتي:

- أقل من 1.2 يعتبر غير مصاب

- أكثر من 1.2 مصاب

- من 3 فأكثر إصابة قوية

4-1-1-2 تعريف نسبة الدم في الجسم (P.C.V) Park Cell Volume

وهو عبارة عن حجم كريات الدم الحمراء المضغوطة أو المخزونة وهو يساعد في عملية حساب نسبة الهيموكلوبين في الدم ، وسوف يرمز له بالرمز (ax) ، وان نسبة الدم الطبيعية في جسم الإنسان هي بين (35-45) حيث تتوزع هذه النسبة كالآتي:

- أقل من 35 يعاني المريض من فقر الدم أو احتمال الإصابة بسرطان الدم (اللوكيميا) أو نقص الدم الوراثي (الهيموفيلية).

- أكثر من 45 يعاني المريض من زيادة نسبة الدم في الجسم (Polycythemia).

ولدراسة العلاقة بين هذين المتغيرين فضلا عن متغير ثالث هو عمر المريض تم استخدام دالة التوزيع الثنائي الأسّي المشترك والتي تم الحصول عليها من خلال رابطة كلايتن في المعادلة 14 ، حيث تم احتساب احتمال زمن البقاء لمتغير العمر إلى جانب نسبة الدم في الجسم إلى نسبة داء الصفراء، وهذا الاحتمال له علاقة وطيدة بأنواع الدراسات التي تقوم على هذين المرضين من ناحية تطور الدواء أو كيفية المعالجة.

تناول التطبيق الأول الدراسة لمرض الأطفال حديثي الولادة (من عمر يوم إلى عمر سنة)، حيث سحبت عينة بحجم 46 طفلاً، وبعد حساب النسبة بين pcv و tsb مقارنة بعمر المريض،

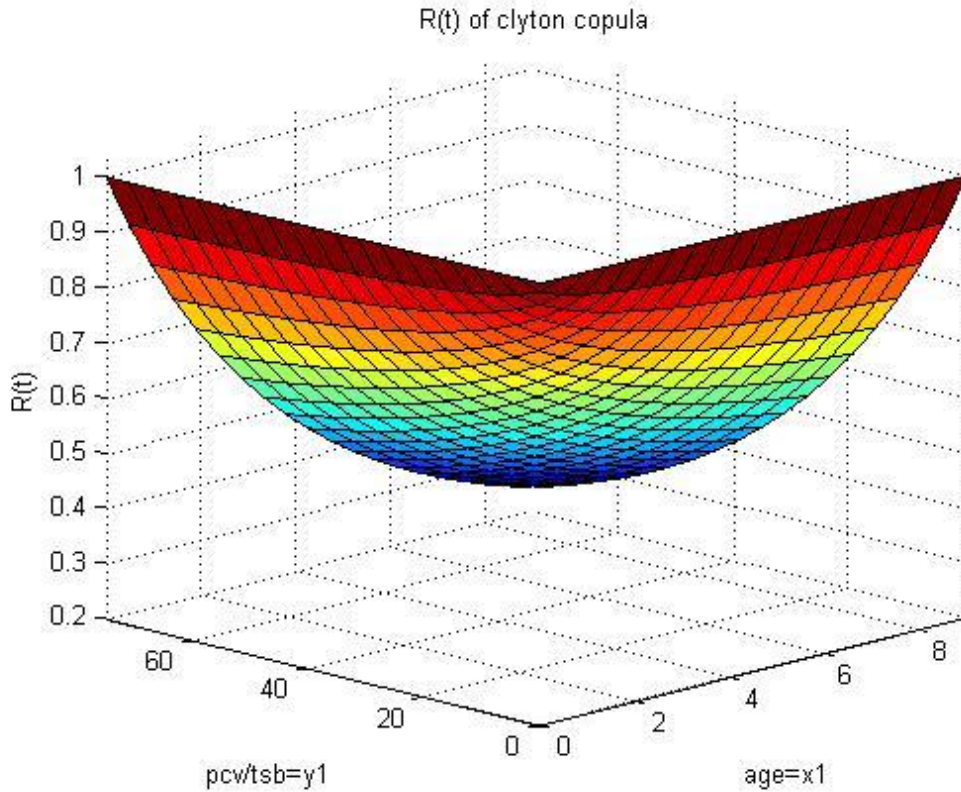
وباستخدام المعادلة 14 وبقية $\theta = 0.52$ و $\theta_1 = \text{mean}(x)$ و $\theta_2 = \text{mean}(y)$ وفي ما يلي النتائج الموضحة في الجدول (1) والتي تبين زمن البقاء للمتغيرات المدروسة ولجميع الحالات

جدول رقم (1) زمن البقاء للمتغيرين x,y (التطبيق الأول)

$R_{x,y}(t) = pr[X > x, Y > y] = R(t)$	$y = ax./by$	$by = tsb$	$ax = pcv$	$age = x$	No.
0.7114	2.5185	13.5	34	30	1
0.283	9.2105	3.8	35	45	2
0.4313	8.4211	5.7	48	19	3
0.8007	2.6012	17.3	45	8	4
0.7055	4.5098	10.2	46	9	5

0.734	3.481	15.8	55	10	6
0.6201	4.9206	12.6	62	14	7
0.7471	2.0455	22	45	50	8
0.6603	3.0973	11.3	35	30	9
0.8605	2.6563	19.2	51	4	10
0.8104	3.0337	17.8	54	6	11
0.6483	4.0152	13.2	53	16	12
0.7116	2.5161	15.5	39	30	13
0.8207	1.8696	23	43	11	14
0.8905	4.7368	9.5	45	2	15
0.5254	5.7692	10.4	60	20	16
0.6996	2.5	10.4	26	55	17
0.6913	6.7073	8.2	55	7	18
0.7258	4.4355	12.4	55	8	19
0.752	4.2222	13.5	57	7	20
0.7873	3.2086	18.7	60	7	21
0.7397	4.6341	12.3	57	7	22
0.7583	3	20	60	10	23
0.5448	5.7	10	57	18	24
0.8928	4.4444	11.7	52	2	25
0.709	4.0336	11.9	48	10	26
0.6906	4.4828	14.5	65	10	27
0.827	1.8627	20.4	38	10	28
0.7833	3.3133	16.6	55	7	29
0.8868	5.2809	8.9	47	2	30
0.8191	4.5638	14.9	68	4	31
0.7045	4.1406	12.8	53	10	32
0.7771	3.1008	12.9	40	8	33
0.7803	3.9706	13.6	54	6	34
0.656	8.9744	7.8	70	7	35
0.8803	2.8125	12.8	36	3	36
0.6414	3.268	15.3	50	33	37
0.8631	1.8018	22.2	40	6	38
0.7887	4.6218	11.9	55	5	39
0.7922	2.4017	22.9	55	10	40
0.7858	4.7619	12.6	60	5	41
0.6936	4.4068	11.8	52	10	42
0.8114	2.2222	14.4	32	9	43
0.8631	3.7956	13.7	52	3	44
0.7572	4.8598	10.7	52	6	45
0.8107	5.0926	10.8	55	4	46

ومن خلال الشكل (1) يمكن الحصول على أي قيمة احتمالية مشتركة للمتغيرين (x, y) والخاصة ببيانات التطبيق الأول ، حيث يعتبر هذا الرسم زيادة في الإيضاح ويعتبر أداة مهمة في التنبؤ حيث من الممكن التنبؤ بالتوزيع المتوقع الحصول عليه من خلال الرسم للبيانات المشتركة في الرسم.



الشكل (1) العلاقة بين المتغيرات $age=x$ و $y=ab$, $R(t)$ التطبيق الأول

4-2 العينة الثانية

العينة الثانية هي عبارة عن علاقة العقار من نوع [6] (ايبريكس $eperx$) مع المتغير $p.c.v$ من خلال قياس اخذ النسبة بين جرعة دواء ايبريكس مع نسبة $p.c.v$ ومتغير عمر المريض لإيجاد زمن البقاء باستخدام دالة كلايتن لبيان مدى العلاقة بين تأثير العقار وارتفاع وانخفاض قيمة $p.c.v$.

إن عقار ايبريكس هو عبارة عن جرعات تحفز إنتاج خلايا الدم الحمراء، يحفز إفراز الخلايا الشبكية من نخاع العظم في مجرى الدم ، حيث يتم الكشف المستمر على مستوى الهيمغلوبين في الدم، كونه احد الأسباب التي تجعل المريض يشعر بالإجهاد، وبالتالي يكون غير قادر على أداء واجباته الحياتية واليومية. إن غالبية مرضى السرطان يعانون من الانيميا. حيث يكون معدل الهيموجلوبين في الدم (12- 8 جرام لكل 100مل)، علماً إن المتوسط عند الرجال 16 جرام لكل 100 مل، وعند النساء 14 جرام لكل 100 مل في الدم، وإن هناك عدة أسباب للإصابة بالانيميا من بينها العلاج الكيماوي والإشعاعي وتأثيرها على الكلى والنخاع العظمي (مركز تصنيع كريات الدم الحمراء)، وأيضاً نتيجة إفراز بعض المواد السرطانية التي تؤثر على هرمون الاريتروبيوتين الذي تفرزه الكلى ويدخل في تصنيع كريات الدم الحمراء.

وهناك دراسة عالمية نشرت في مجلات طبية رفيعة المستوى أجريت على 419 مريضاً بالسرطان أكدت إن 32 في المئة من المرضى يشعرون بالإجهاد كل يوم، في حين إن 21 في المئة يشعرون به في أغلب أيام الأسبوع، بينما 14 في المئة يشعرون بالإجهاد مرة واحدة كل أسبوع، في حين إن الكثير من المرضى يعانون من الإجهاد، الذي يحدث أثناء أو بعد تلقيهم العلاج الكيميائي أو الإشعاعي. وأضافت الدراسة أن هناك عقاقير حديثة صنعت عن طريق الهندسة الوراثية بمعايير جودة عالية لعلاج الانيميا المصاحبة لمرضى السرطان كي تعوض النقص في هرمون "الايثروبويتين" الذي تفرزه الكلى، منها عقار "ايبريكس" وبدأ استخدامه في السابق في علاج الانيميا المصاحبة لمرض الفشل الكلوي منذ عام 1987، واثبت العقار نجاحه في علاج الانيميا المصاحبة لمرض السرطان منذ عام 1993 .

وأشارت الدراسات إلى أن كل التجارب التي أجريت على المرضى الذين استخدموا "ايبريكس" استجابوا له بزيادة الهيموغلوبين إلى معدله الطبيعي، مع الاستعاضة عنه بنقل الدم وتقليل عمليات نقل الدم لما فيها من أعراض جانبية، وحدث تغير عندهم في مستويات الطاقة، مما انعكس على قدرتهم في القيام بواجباتهم اليومية والعملية، ونشطت علاقاتهم الاجتماعية، وأصبح بمقدورهم النظر إلى الحياة بعيون جديدة . وباستخدام المعادلة 14 وبقيمة $\theta = 0.52$ و $\theta_1 = \text{mean}(x1)$, $\theta_2 = \text{mean}(y1)$ يمكن حساب زمن البقاء وفي ما يلي النتائج الموضحة في الجدول (1) والتي تبين زمن البقاء للمتغيرات المدروسة ولجميع الحالات

الجدول رقم (2) للمتغيرين $\text{wab2}=y1$, $\text{age}=x1$ (التطبيق الثاني)

$R_{x,y}(t) = pr[X > x1, Y > y1] = R(t)$	$\text{wab2}=y1$ $=\text{pcv}/\text{val}$	pcv	val	Age=x1	No.
0.7685	3	24	8	19	1
0.7483	3.75	30	8	19	2
0.7512	3.625	29	8	19	3
0.7483	3.75	30	8	19	4
0.5259	3.5	28	8	60	5
0.4938	4	32	8	60	6
0.5092	3.75	30	8	60	7
0.3548	8	32	4	60	8
0.6253	3.75	30	8	35	9
0.6201	3.875	31	8	35	10
0.6151	4	32	8	35	11
0.6151	4	32	8	35	12
0.5751	3.5	28	8	47	13
0.5826	3.375	27	8	47	14
0.5826	3.375	27	8	47	15
0.8004	1.0625	8.5	8	47	16
0.7701	2.375	19	8	22	17
0.754	2.75	22	8	22	18
0.6816	5.75	23	4	22	19
0.7445	3	24	8	22	20
0.544	3.25	26	8	60	21

0.5259	3.5	28	8	60	22
0.4794	4.25	34	8	60	23
0.4599	4.625	37	8	60	24
0.5476	3.75	30	8	50	25
0.5406	3.875	31	8	50	26
0.4989	4.75	38	8	50	27
0.534	4	32	8	50	28
0.7813	1.2875	10.3	8	41	29
0.7783	1.3125	10.5	8	41	30
0.7783	1.3125	10.5	8	41	31
0.6521	2.7	10.8	4	41	32
0.6152	2.5	20	8	57	33
0.5929	2.75	22	8	57	34
0.5277	3.625	29	8	57	35
0.5198	3.75	30	8	57	36
0.4991	7	28	4	40	37
0.6086	3.5	28	8	40	38
0.6023	3.625	29	8	40	39
0.6369	3	24	8	40	40
0.6514	3	9	3	37	41
0.6665	2.75	11	4	37	42
0.7873	1.3125	10.5	8	37	43
0.7831	1.35	10.8	8	37	44
0.5396	3.125	25	8	65	45
0.3407	7.5	30	4	65	46
0.3353	7.75	31	4	65	47
0.3353	7.75	31	4	65	48
0.5092	3.75	30	8	60	49
0.5013	3.875	31	8	60	50
0.4938	4	32	8	60	51
0.4938	4	32	8	60	52
0.6392	3.125	25	8	38	53
0.6323	3.25	26	8	38	54
0.6193	3.5	28	8	38	55
0.5964	4	32	8	38	56
0.5055	6	24	4	42	57
0.4941	6.5	26	4	42	58
0.489	6.75	27	4	42	59
0.4842	7	28	4	42	60
0.5774	6.25	25	4	32	61
0.5533	8	32	4	32	62
0.5961	5.3333	32	6	32	63

0.6446	3.75	30	8	32	64
0.721	3.75	30	8	22	65
0.721	3.75	30	8	22	66
0.7245	3.625	29	8	22	67
0.721	3.75	30	8	22	68
0.7562	1.1875	9.5	8	70	69
0.7462	1.25	10	8	70	70
0.7365	1.3125	10.5	8	70	71
0.5733	2.625	10.5	4	70	72
0.5636	3.25	26	8	54	73
0.5388	3.625	29	8	54	74
0.5312	3.75	30	8	54	75
0.6159	2.5833	31	12	54	76
0.6087	4	32	8	36	77
0.5142	8.25	33	4	36	78
0.5116	8.5	34	4	36	79
0.5142	8.25	33	4	36	80
0.559	7.5	30	4	32	81
0.6446	3.75	30	8	32	82
0.556	7.75	31	4	32	83
0.559	7.5	30	4	32	84
0.5885	2.875	23	8	55	85
0.5787	3	24	8	55	86
0.5692	3.125	25	8	55	87
0.5602	3.25	26	8	55	88
0.5659	3.125	25	8	56	89
0.7991	1	8	8	56	90
0.7991	1	8	8	56	91
0.7991	1	8	8	56	92
0.6493	2.25	18	8	53	93
0.576	3.125	25	8	53	94
0.5351	3.75	30	8	53	95
0.5427	3.625	29	8	53	96
0.8198	1.5	24	16	22	97
0.7401	3.125	25	8	22	98
0.7359	3.25	26	8	22	99
0.7281	3.5	28	8	22	100
0.7578	1.25	10	8	59	101
0.6222	2.375	9.5	4	59	102
0.7228	1.5	12	8	59	103
0.7578	1.25	10	8	59	104
0.4075	7	28	4	54	105

0.397	7.5	30	4	54	106
0.397	7.5	30	4	54	107
0.397	7.5	30	4	54	108
0.6325	2.25	18	8	60	109
0.5739	2.875	23	8	60	110
0.6503	2.0833	25	12	60	111
0.5348	3.375	27	8	60	112
0.6371	6.75	27	4	25	113
0.6292	7.5	30	4	25	114
0.6921	3.875	31	8	25	115
0.704	3.5	28	8	25	116
0.534	4	32	8	50	117
0.4309	7	28	4	50	118
0.421	7.5	30	4	50	119
0.534	4	32	8	50	120
0.8057	1	8	8	50	121
0.5784	3.25	26	8	50	122
0.5476	3.75	30	8	50	123
0.5476	3.75	30	8	50	124
0.8148	1.0625	8.5	8	38	125
0.807	1.125	9	8	38	126
0.7995	1.1875	9.5	8	38	127
0.7921	1.25	10	8	38	128
0.4901	3.75	30	8	66	129
0.4901	3.75	30	8	66	130
0.4817	3.875	31	8	66	131
0.4737	4	32	8	66	132
0.5809	7.25	29	4	30	133
0.6583	3.75	30	8	30	134
0.6538	3.875	31	8	30	135
0.6494	4	32	8	30	136
0.5092	3.75	30	8	60	137
0.5013	3.875	31	8	60	138
0.4938	4	32	8	60	139
0.4938	4	32	8	60	140
0.5259	3.5	28	8	60	141
0.5174	3.625	29	8	60	142
0.5174	3.625	29	8	60	143
0.5092	3.75	30	8	60	144
0.81	2.25	9	4	17	145
0.7678	3.75	30	8	17	146
0.7653	3.875	31	8	17	147

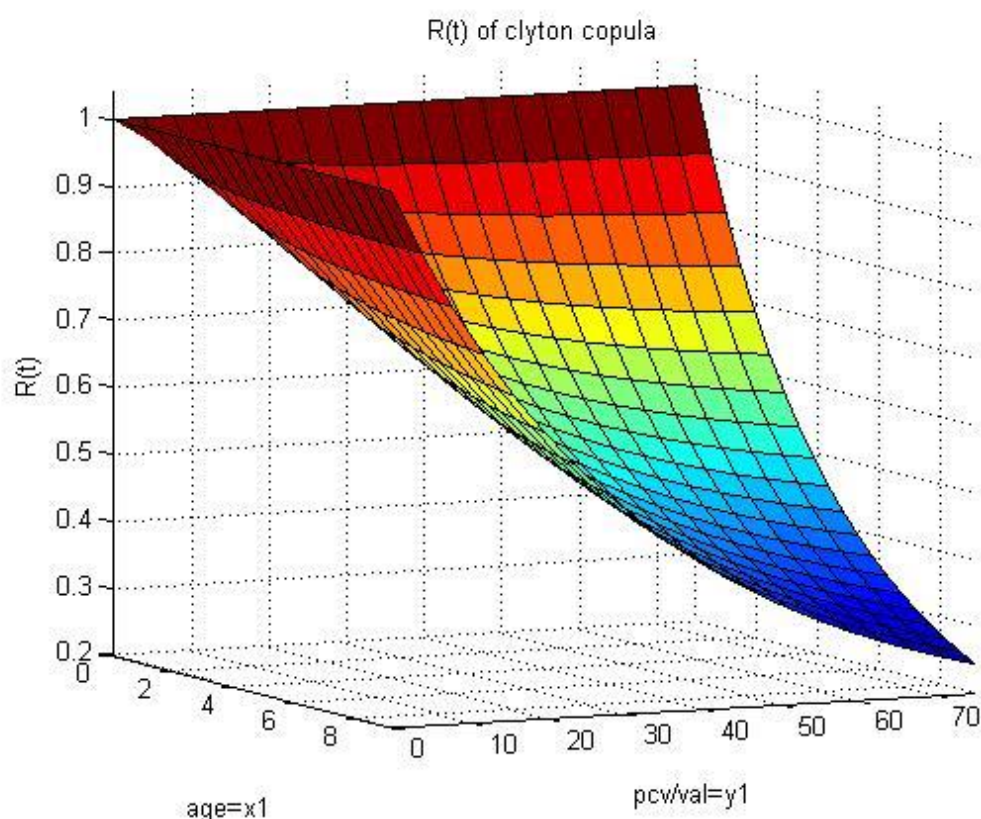
0.7629	4	32	8	17	148
0.5959	2.625	10.5	4	60	149
0.7566	1.25	10	8	60	150
0.7529	1.275	10.2	8	60	151
0.7475	1.3125	10.5	8	60	152
0.3647	7.5	30	4	60	153
0.5013	3.875	31	8	60	154
0.5092	3.75	30	8	60	155
0.5013	3.875	31	8	60	156
0.5624	3.5	28	8	50	157
0.6351	2.5	30	12	50	158
0.6212	2.6667	32	12	50	159
0.5548	3.625	29	8	50	160
0.8636	1.125	9	8	18	161
0.8591	1.1875	9.5	8	18	162
0.8565	1.225	9.8	8	18	163
0.8548	1.25	10	8	18	164
0.4931	3.75	30	8	65	165
0.4931	3.75	30	8	65	166
0.6133	2.3333	28	12	65	167
0.6919	1.6667	20	12	65	168
0.4931	3.75	30	8	65	169
0.3407	7.5	30	4	65	170
0.4931	3.75	30	8	65	171
0.3303	8	32	4	65	172
0.4125	8	32	4	50	173
0.4086	8.25	33	4	50	174
0.4086	8.25	33	4	50	175
0.5275	4.125	33	8	50	176
0.535	3.625	29	8	55	177
0.5273	3.75	30	8	55	178
0.5127	4	32	8	55	179
0.5127	4	32	8	55	180
0.7324	1.375	11	8	65	181
0.7324	1.375	11	8	65	182
0.7288	1.4	11.2	8	65	183
0.727	1.4125	11.3	8	65	184
0.7839	1.25	10	8	42	185
0.5794	3.875	31	8	42	186
0.5736	4	32	8	42	187
0.5736	4	32	8	42	188
0.7346	1.3125	10.5	8	72	189

0.725	1.375	11	8	72	190
0.725	1.375	11	8	72	191
0.7156	1.4375	11.5	8	72	192
0.5694	2.625	10.5	4	72	193
0.4051	4.875	39	8	72	194
0.4734	3.75	30	8	72	195
0.4646	3.875	31	8	72	196
0.7566	1.25	10	8	60	197
0.7475	1.3125	10.5	8	60	198
0.7421	1.35	10.8	8	60	199
0.7566	1.25	10	8	60	200
0.4931	3.75	30	8	65	201
0.3528	7	28	4	65	202
0.4768	4	32	8	65	203
0.4768	4	32	8	65	204
0.5209	4	32	8	53	205
0.5279	3.875	31	8	53	206
0.5209	4	32	8	53	207
0.5209	4	32	8	53	208
0.7755	1.125	9	8	60	209
0.7659	1.1875	9.5	8	60	210
0.7603	1.225	9.8	8	60	211
0.7566	1.25	10	8	60	212
0.6153	3.375	27	8	40	213
0.5793	4.125	33	8	40	214
0.5847	4	32	8	40	215
0.6705	2.5	20	8	40	216
0.586	2.5	10	4	70	217
0.5733	2.625	10.5	4	70	218
0.7462	1.25	10	8	70	219
0.5611	2.75	11	4	70	220
0.5323	3.25	26	8	64	221
0.5135	3.5	28	8	64	222
0.4962	3.75	30	8	64	223
0.488	3.875	31	8	64	224
0.798	1.125	9	8	43	225
0.7899	1.1875	9.5	8	43	226
0.782	1.25	10	8	43	227
0.6688	2.375	9.5	4	43	228
0.7743	1.3125	10.5	8	43	229
0.6688	2.375	9.5	4	43	230
0.782	1.25	10	8	43	231

0.782	1.25	10	8	43	232
0.4757	7.5	30	4	42	233
0.5794	3.875	31	8	42	234
0.5794	3.875	31	8	42	235
0.5794	3.875	31	8	42	236
0.7043	1.75	21	12	52	237
0.608	2.75	22	8	52	238
0.5708	3.25	26	8	52	239
0.5544	3.5	28	8	52	240
0.5467	3.5	28	8	54	241
0.5388	3.625	29	8	54	242
0.5388	3.625	29	8	54	243
0.5312	3.75	30	8	54	244
0.8316	0.8333	10	12	50	245
0.6694	2.125	8.5	4	50	246
0.667	2.15	8.6	4	50	247
0.6373	2.475	9.9	4	50	248
0.5796	3.125	25	8	52	249
0.5544	3.5	28	8	52	250
0.5544	3.5	28	8	52	251
0.5466	3.625	29	8	52	252
0.5466	3.625	29	8	52	253
0.5392	3.75	30	8	52	254
0.532	3.875	31	8	52	255
0.5252	4	32	8	52	256
0.5869	3.125	25	8	50	257
0.5624	3.5	28	8	50	258
0.5548	3.625	29	8	50	259
0.5476	3.75	30	8	50	260
0.6306	3.5	28	8	36	261
0.6248	3.625	29	8	36	262
0.6248	3.625	29	8	36	263
0.6496	3.125	25	8	36	264
0.5392	3.75	30	8	52	265
0.4088	7.5	30	4	52	266
0.3999	8	32	4	52	267
0.3999	8	32	4	52	268
0.8111	1.125	9	8	36	269
0.8037	1.1875	9.5	8	36	270
0.7966	1.25	10	8	36	271
0.7897	1.3125	10.5	8	36	272
0.7921	1.25	10	8	38	273

0.6074	3.75	30	8	38	274
0.6018	3.875	31	8	38	275
0.6018	3.875	31	8	38	276
0.559	7.5	30	4	32	277
0.556	7.75	31	4	32	278
0.6398	3.875	31	8	32	279
0.6446	3.75	30	8	32	280

ومن الملاحظ أن الجدول رقم (2) يبين جميع احتمالات زمن البقاء باختلاف قيم المتغيرات الباقية ولزيادة في الإيضاح تم رسم دالة البقاء المشتركة والتي من خلالها نستطيع أن نتنبأ بالتوزيع الخاص بالنتائج التي تم الحصول عليها وهي تمثل مقياس وصفي للبيانات المدروسة.



الشكل (2) العلاقة بين المتغيرات $age=x1$, $wab2=y1$ و $R(t)$ التطبيق الثاني

5-الاستنتاجات

- 1- تعتبر دالة الرابطة طريقة سهلة للحصول على التوزيعات المشتركة.
- 2- أظهرت النتائج ومن خلال الجدول رقم (1) أن المريض رقم (2) كان له أقل احتمال زمن بقاء (0.283) وذلك للارتفاع في نسبة $T.S.B = 9.2105$ ، وعند ملاحظة المريض رقم 25 فإن احتمال زمن البقاء هو أعلى ما يمكن بسبب كون النسبة بين pcv و tsb هي النسبة الطبيعية.
- 3- كما بينت النتائج ومن خلال الجدول رقم (1) إن نسبة ax/by وزمن البقاء مرتبطة بعلاقة عكسية أي كلما كانت نسبة ax/by عالية كلما كان زمن البقاء منخفض.
- 4- أظهرت النتائج ومن خلال الجدول رقم (2) أن المريض رقم (161) يمتلك أعلى احتمال زمن بقاء كما يمكن ملاحظة المريض رقم 47 و 48 نسبة احتمال زمن البقاء اقل ما يمكن عند كون المريض عمره 65 سنة ونسبة الجرعة هي (4 val).
- 5- بينت النتائج ومن خلال التطبيق الثاني أن الجرعات المعطاة للمريض مع كون عمر المريض فوق 60 عام أن نسبة احتمال زمن البقاء منخفض وهذا يعتبر مؤشر إلى العلاج نفسه لا يكون فعال عندما يكون عمر المريض فوق 60 عام.

6- التوصيات

- 1- استعمال دالة الرابطة في إيجاد التوزيعات المشتركة ولكافة التوزيعات المعلمية والتي تشترك بنفس الفترة بالنسبة لقيم المعلمة.
- 2- يمكن استخدام توزيعات أخرى ولنفس الرابطة لتقدير زمن البقاء وباختيار قيمة اعتمادية أخرى.
- 3- استخدام جداول البقاء التي تم الحصول عليها في الجانب العملي لمراقبة حالة المريض لكي نتمكن من تجنب الحالات الحرجة ومعالجتها.

7- المصادر

- 1- إيمان عبد علي (2006) استخدام نظرية الرابطة لتحليل دالة البقاء ذات المتغيرين أطروحة دكتوراه ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .
- 2-Cherubini, Luciano, and Vecchiato (2004), 'Copula Methods in Finance'. Wiley, Chichester.
- 3-David M. Zimmer and Pravin K. Trivedi .(2007),' Copula Modeling:An Introduction for Practitioners', Foundations and Trends in Econometrics ,Vol. 1, No 1 –111.
- 4-Embrechts P, Lindskog F, McNeil A. (2003), 'Modelling dependence with copulas and applications to risk management', New York, pp. 329-384.
- 5-Etienne&Monique.(2004), 'Clayton Copula and Mixture decomposition', Institute d'Informatique Faculties university Notre .Dame De.la.Paix .
- 6-Goldman & Ausiello,(2008), 'Cecil Medicine 3rd edition', saundrs Elseiervr.
- 7- Guo,x,Wang,L,Zeng,J and Zhang,X,(2011)," Copula Estimation of Distribution Algorithm with PMLE " Journal Seventh International Conference on Natural Computation, VOL.2,PP: 1077-1081\IEEE.
- 8-Johnson ME. (1987), 'Multivariate Statistical Simulation'. Wiley, New York.
- 9- Liu, S.D.,Jian, J.B. and Wang, Y.Y.,(2010)," Optimal dynamic hedging of electricity futures based on copula-GARCH models" Journal International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management ,pp: 2498-2502\IEEE.
- 10-Nelsen, R. B. (2006),' An Introduction to Copulas', Springer, New York.
- 11-Quasada, Molina J.(2003),' what are copulas ?', Monografías del Semin. Matem. Garc´ia de Galdeano. 27: 499–506.
- 12-Sakji-Nsibi, S. and Benazza-Benyahia, A.,(2009)," Copula-based statistical models for multicomponent image retrieval using a Bayesian copula selection " Journal Proceedings of 6th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis ,pp: 265-270\IEEE.
- 13- Zong-run,W , Wu-chao,W and Jin,Y,(2010)," Selecting criterion of multivariate Copula based on the conditional probability integral transformation" Journal International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management ,PP:2508-2512\IEEE.