تحديد نظام غذائي امثل لمرضى تصلب الشرايين باستخدام برمجة الاهداف الخطية

صفاء كريم كاظم•

الخلاصة:-

تناول البحث استخدام أسلوب برمجة الأهداف الخطية (linear goal programming) لإنجاز أهداف وقيود تتعلق بنظام غذائي لمرضى تصلب الشرايين تحت توصـيات طبيـب أخـصائي (متخذ القرار) بأمراض تصلب الشرايين , يهدف البحث إلى اتباع نظام غذائي يومي يتألف من (٧) أنواع من الأغذية لغرض تقليل نسبة ترسب الكوليسترول في الدم الذي يعتبر أهم مسببات تصلب الشرايين عند الإنسان , تم بناء نموذج برمجة الأهداف الخطية لمشكلة النظـام الغـذائي اليومي لمرضى تصلب الشرايين متضمنا دالة إنجاز واحدة و(١١)هدف و (٢١) قيـد و (٧) متغير قـرار و(٤٢) متغير انحراف موجب وسالب , وتم الحصول على الحل الأمثل الـذي يمثل النظام الغذائي اليومي الأمثل الواجب اتباعه من قبل مرضى تصلب الشرايين .

Abstract

The paper used linear goal programming method for achievement goals ,constraints which related by diet system for arteriosclerosis patients under doctor recommends(decision maker), the paper purpose for following daily diet system consist (٧)types from foods for minimized cholesterol average in blood which it important causal for arteriosclerosis patient in human , we build a linear goal programming model for daily diet system problem for arteriosclerosis patient consist one achievement function ,(١١) goal, (٢١) constraint ,(٧) decision variable and (٤٢) deviational variables , and we obtain on optimization solution which present optimization daily diet system and the arteriosclerosis patients must be followed.

• مدرس مساعد الإحصاء كلية العلوم جامعة المثنى

المقدمة:

أن عدم اتباع تعليمات وإرشادات بشأن اتباع نظام غذائي معين يؤدي لظهور كثير من الأمراض مثل مرض السكري وارتفاع وانخفاض الدم ومرض تصلب الـشرايين .....الـخ .ونتيجة لزيادة الوعي الصحـــــي والغذائي اصبح من الضروري معرفـة الـنمط الغـذائي المناسب أو الأمثل للمرضى المصابين بتلك الأمراض , ومن بين هذه الأمراض مرض تـصلب الشرايين الذي زاد في الآونة الأخيرة نتيجة الخلل والاضطراب في التغذيـة ولاسـيما الإفـراط بالآكل الذي يعتبر من مسببات مرض تصلب الشرايين.وهذا المرض هو حصيلة تنـاول غـذاء غير متوازن ومفرط في مقادير الطاقة والدهن والبروتينيات.....الخ من الأغذية التي يحتاجهـا الجسم .حيث أن هنالك علاقة مباشرة بين التغذية ومستوى الكولسترول في الدم الذي يعتبر أهـم مسببات تصلب الشرايين عند الإنسان[١].

ان مرض تصلب الشرايين ناتج عن الارتفاع العالي لمستوى الكوليسترول فـي دم الإنـسان , وتشير الدراسات ان مستوى الكوليسترول يجب ان لا يزيد عن ٢٠٠ ملغم / ١٠٠ مليلتـر فـي الدم[١].

أن اختيار الأغذية بأساليب كمية اصبح متزايد بشكل عام , والأسلوب الأكثر شيوعا هـو أسلوب البرمجـــة الخطية (linear programming) , وبما أن البرمجة الخطيـة تكـون مرضية وناجحة لعملية الاختيار لخليط اقل كلفة من الأغذية مثلا لملاءمة متطلبات نظام غـذائي خاص إلا أنها غالبا ما تكون صعبـــة لضمان نظـام جيد للأغذية أن أسلوب برمجـة الأهداف الخطية (linear goal programming) هو حالة موسعة للبرمجة الخطية , حيث أنها قادرة على حل المشاكل ذات الأهداف والقيود المتضاربة والمتنازعـة والأهـداف والقيـود ذات وحدات القياس المختلفة ..... الخ . في أغلب مشاكل برمجة الأهداف ، هدف واحد سـوف يكون أكثر أهمية من الآخر ، والذي سوف يكون أكثر أهمية من الهدف الثالث وهكذا . لـو افترضنا إنه يمكن وضع هـذه الأهداف علـى شكل مجاميع مرتبة حيث تعطـــي هـــذه المجاميع أولويـــات محـــددة بحـيث إنـه (Pk>>> Pk+١*) بمعنى آخر إن إنجاز

* <<< تعني أكبر بكثير من .

الهدف ذو الأولوية العليا يكون مفضل على إنجاز الهدف ذو الأولوية الأدنى ولكن مقـدار هـذا التفضيل لا يمكن التعبير عنه كمياً . هذا المفهوم يلعب دوراً رئيسياً في مضمون الأهداف الحاسمة في هذا المجال. يتم إنجاز الأهداف بشكل متسلسل من الأهداف ذات الأولوية العليا (المطلقة) إلى الأهداف ذات الأولوية الأدنى. أن إنجاز الأهداف ليس بالضروري أن تنجز بالكامل لكـن تـأتي بأقرب نتيجة ممكنة[٣] .

يمكن خلال هذا الأسلوب إنجاز نظام غذائي امثل لخليط من الأغذية المختارة عن طريق تقليل الانحرافات الكلية للأهداف والقيود الخاصة بالمشكلة في دالة الهدف لنموذج برمجة الأهداف الخطية والتي بدورها تعطي نتائج يمكن اعتمادها في عملية اختيار نظام الغذاء الأمثل الذي يمكن من خلالها تجنب أو تقليل بعض الأمراض التي تصيب الإنسان ومنها مرض تصـلب الشرايين.

أولا : الجانب النظري:

(١): صياغة النموذج الرياضي:

صياغة مشاكل برمجة الأهداف هي مـشابهة لـصياغة مـشاكل البرمجـة الخطيـة ، الاختلافات الرئيسية تكون واضحة بنظر الاعتبار للأهداف وكيفية إنجازها بأقرب ما يمكن وتحديد أولويات متنوعة مع الأهداف المختلفة إن الفكرة الأساسية في برمجة الأهداف هي تحديد أولويـة لكل هدف ، ثم تحديد وزن محدد لكل هدف ضمن مستوى الأولوية الواحد ، ثم البحث عن حـل يصغّر المجموع (المرجح) لانحرافات دوال الهدف عن أهدافها الخاصة ، أي إن متغيرات الزيادة أو التخفيض للقيود توضع بدل وظيفة الهدف وهي ما يراد تخفيضها .

ويمكن التعبير عن نموذج برمجة الأهداف الخطية بالشكل الرياضي الآتي[٥] :

$$\min \bar{a} = \{ p_1 (d_i^- , d_i^+), p_2 (d_i^- , d_i^+), ... , p_k (d_i^- , d_i^+)\} \quad ..... (1\text{-}1)$$

subject to :

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad , \ i = 1,2,.....m$$

$$x_j , d_i^- , d_i^+ \geq 0$$

حيث إن :

$\bar{a}$: يمثل متجه دالة الإنجاز .

Pk : يمثل الأولوية k .

xj : يمثل متغير القرار .

Cij: يمثل معامل المتغير j في القيد i.

di^- : يمثل متغير الانحراف السالب ويعبر وجوده في دالة الإنجاز عن أدنى إنجاز للهدف .

di^+: يمثل متغير الانحراف الموجب ويعبر وجوده في دالة الإنجاز عن أعلى إنجاز للهدف .

bi : يمثل قيمة الهدف i .

ويمكن التعبير عـن نموذج آخر (مع أولويـات موزونة) كما فـي الصيغة الآتية[٥] :

$$\min \bar{a} = \sum_{i=1}^{m} (p_k \, w_{i,k}^{+} \, d_i^{+} + p_s \, w_{i,s}^{-} \, d_i^{-}) \qquad \ldots\ldots\ldots (1\text{-}2)$$

$$s.t \ \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \, x_j + d_i^{-} - d_i^{+} = b_i \quad , \ x_j , d_i^{-} , d_i^{+} \geq 0$$

إذ أن : $w_{i,k}^{+}$: يمثل عامل الوزن i للأولوية k الخاصة بمتغير الانحراف الموجب .

$w_{i,s}^{-}$: يمثل عامل الوزن i للأولوية s الخاصة بمتغير الانحراف السالب .

وطالما إن المتغيرات الانحرافية di^+ ، di^- لا يمكن جمعها معاً فـسوف يـساوي أحـدهما أو كلاهما صفراً أي إن :

$$d_i^{-} * d_i^{+} = 0$$

كما ينطبق شرط انعدام السالبية على جميع المتغيرات ، أي إن :

$$d_i^{-} , d_i^{+} \geq 0$$

انواع من الاغذية لغرض تقليل نسبة الكولسترول والكاربوهيدرات في الدم الـذي تعتبـر مـن مسببات هذا المرض .

والجدول في أدناه يوضح الوحدات الغذائية لـ ـ (٧) أنواع من الأغذية المعتمدة في الدراسـة واهم العناصر الغذائية التي تتكون منها الأغذية المعتمدة وهي البروتينيات والحديد والكالـسيوم الكولسترول الكاربوهيدرات والسعرات الحرارية التي يحتاجها الجسم , وكلفة الوحدة الواحدة من الأغذية المعتمدة في الدراسة.

••جدول رقم (١) يبين العناصر الغذائية التي تتكون منها الأغذية المعتمدة, وكلفة الوحدة الواحدة من الأغذية

المادة الغذائية / العناصر	لحوم (قطع)	حليب (ملعقة)	بيض (ملعقة)	ألبان	خبز	رز	عصير	التوصيات المسموحة
فيتامين A (وحدة عالمية)	٧	٣٨٠	٥٩٠	٣٠٠	٠	٠	٥٠٠	٩٠٠٠
حديد (ملغم)	١	٠,١	١,١	٠,١٢	٠,٧٥	١,٧	٠,٥	٣٥
بروتين (غم)	٩	٩	٧	٧	٢,٥	١٥	٢	٧٥
طاقة غذائية (سعرة حرارية)	٥٠	١٧٠	١٠٠	٨٠	٨٠	٦٧٧	٩٠	٢٦٠٠
كاربوهيدرات (غم)	١,٧	١٢	٠	٦	١٤	١١٢	٢٥	-
كوليسترول (وحدات)	١	٥	١٠	٠	٠	٠	٠	-
كلفة الوحدة الواحدة بالدينار	٨	٥٠	٧٥	٢	٥٠	٦٠	٥٠	١٥٠٠

للمحافظة على نظام غذائي يومي متوازن يوصي الطبيب الأخصائي بأمراض تصلب الـشرايين بالتوصيات (الأهداف وحسب الأولوية) التالية:

••: الأرقام الموجودة في الجدول هي أرقام عالمية معتمدة في تخطيط الأنظمة الغذائية[١] .كذلك أن العناصر الموجودة في الجـدول مثـل الحديـد والبروتينيـات وفيتامينA .....الخ. تشكل جزا من المادة الغذائية المعتمدة في الدراسة , فمثلا فيتامين A ٥٩٠ وحدة عالمية لكل بيضة واحدة , وهكذا لبقية مكونات الجدول.

التوصية الأولى(الهدف الأول p١): تقيد الاستهلاك اليومي للمرضى من الوحـدات الغذائيـة المعتمدة في الدراسة كالآتي : ١٠ قطع من اللحوم , ٦ أكواب من الحليب , ٣ بيـضات , و١٠ قطع من اللبان , ٨ قطع من الخبز , ٥ أكواب من الرز , ٦ أكواب من عصير البرتقال .

التوصية الثانية (الهدف الثاني P٢): تقليل الكلفة للوحدات الغذائية الواجب اتباعها مـن قبـل المرضى .

التوصـية الثالثـة (الهـدف الثالـث P٣) : التقيـد بالتوصـيات المـسموحـة اليوميـة مـن اخذ العناصر: فيتامين A ,الحديد , البروتين , الطاقة الغذائية .

التوصية الربعة (الهدف الرابع P٤) : تقليل الآخذ من الكاربوهيدرات والكوليسترول .

التوصية الخامسة (الهدف الخامس P٥) : تناول ١٠ قطع من اللحوم على الأقل.

التوصية السادسة (الهدف السادس P٦) : تناول ١٠ أكواب من الحليب على الأقل

التوصية السابعة (الهدف السابع P٧) : تناول ١٠ وحدات من البيض على الأقل.

التوصية الثامنة (الهدف الثامن P٨) : تناول ١٠ قطع من اللبان على الأقل.

التوصية التاسعة (الهدف التاسع P٩) : تناول ١٠ قطع من الخبز على الأقل.

التوصية العاشرة (الهدف العاشر P١٠) : تناول ١٠ أكواب من الرز على الأقل.

التوصية الحادية عشر (الهدف الحادي عشر P١١) : تناول ١٠ أكواب من عـصير البرتقـال على الأقل.

لتعريف متغير القرار لمشكلة اتباع نظام غذائي يومي لمرضى تصلب الشرايين , نفرض أن Xj يمثل عدد الوحدات من المادة الغذائية رقم j (j = ١,...,٧)

صياغة القيود:-

أولا - قيود التوصية الاولى(الهدف الأول p١) :-

$$X_1 + d_1^- - d_1^+ = 10$$
$$X_2 + d_2^- - d_2^+ = 6$$
$$X_3 + d_3^- - d_3^+ = 3$$
$$X_4 + d_4^- - d_4^+ = 10$$
$$X_5 + d_5^- - d_5^+ = 8$$
$$X_6 + d_6^- - d_6^+ = 5$$
$$X_7 + d_7^- - d_7^+ = 6$$

هنا يتم تخفيض المتغيرات الموجبة $\left(\sum_{i=1}^{7} d_i^+\right)$ في دالة الإنجاز.

ثانيا - قيود التوصية الثانية (الهدف الثاني P٢) :-

$$8X_1 + 50X_2 + 75X_3 + 2X_4 + 50X_5 + 60X_6 + 50X_7 + d_8^- - d_8^+ = 1500$$

هنا يتم تخفيض متغير الانحراف الموجب d_8^+ في دالة الإنجاز.

ثالثا - قيود التوصية الثالثة (الهدف الثالث p٣) :-

$$7X_1 + 380X_2 + 590X_3 + 300X_4 + 500X_7 + d_9^- - d_9^+ = 9000$$ (

فيتامين A)

$X_1 + 0.1\ X_2 + 1.1X_3 + 0.12X_4 + 0.75X_5 + 1.7X_6 + 0.5X_7 + d_{10}^- - d_{10}^+ = 35$ (الحديد)

$9X_1 + 9X_2 + 7X_3 + 7X_4 + 2.5X_5 + 15X_6 + 2X_7 + d_{11}^- - d_{11}^+ = 75$ (بير وتينات)

$50X_1 + 170X_2 + 100X_3 + 80X_4 + 80X_5 + 677X_6 + 90X_7 + d_{12}^- - d_{12}^+ = 2600$ (طاقة غذائية)

في دالة الإنجاز يتم تخفيض متغيرات الانحراف الموجبة والسالبة $\sum_{I=9}^{12}\left(d_i^- + d_i^+\right)$

رابعا - قيود التوصية الرابعة (الهدف الرابع p٤) :-

$1.7X_1 + 12X_2 + 6X_4 + 14X_5 + 112X_6 + 25X_7 + d_{13}^- - d_{13}^+ = 0$ (الكاربوهيدرات)

$X_1 + 5X_2 + 10X_3 + d_{14}^- - d_{14}^+ = 0$ (الكوليسترول)

يتم تخفيض متغير الانحراف الموجب d_{13}^+ لقيد الكاربوهيدرات ومتغير الانحـراف الموجـب d_{14}^+ لقيد الكوليسترول ضمن الهدف الرابع P٤ في دالة الإنجاز .

خامسا - قيود التوصية الخامسة (الهدف الخمس p٥) :-

$$X_١ + d_{١٥}^- - d_{١٥}^+ = ١٠$$
$$X_٢ + d_{١٦}^- - d_{١٦}^+ = ١٠$$
$$X_٣ + d_{١٧}^- - d_{١٧}^+ = ١٠$$
$$X_٤ + d_{١٨}^- - d_{١٨}^+ = ١٠$$
$$X_٥ + d_{١٩}^- - d_{١٩}^+ = ١٠$$
$$X_٦ + d_{٢٠}^- - d_{٢٠}^+ = ١٠$$
$$X_٧ + d_{٢١}^- - d_{٢١}^+ = ١٠$$

هنا يتم تخفيض المتغيرات السالبة $\left(\sum_{i=15}^{21} d_i^-\right)$ في دالة الإنجاز.

سادسا – انعدام السالبية :-

$$X_{j \geq 0}\ ,\quad di^{-}\ ,di^{+} \geq 0 \qquad i=1,2,\ldots\ldots21 \qquad j=1,2,\ldots\ldots\ldots,7$$

صياغة النموذج :-

يمكن صياغة نموذج دالة الإنجاز لمشكلة النظام الغذائي اليومي المتبع لمرضى تصلب الشرايين باستخدام برمجة الأهداف الخطية وحسب أولويات الأهداف كالأتي :-

$$\min Z = P_1\sum_{i=1}^{7} d_i^{+} + P_2\left(d_8^{+}\right) + P_3\sum_{i=9}^{12}\left(d_i^{-} + d_i^{+}\right) + P_4\left(d_{13}^{+} + d_{14}^{+}\right) + P_5\left(d_{15}^{-}\right) + P_6\left(d_{16}^{-}\right) + p_7\left(d_{17}^{-}\right) + p_8\left(d_{18}^{-}\right) + p_9\left(d_{19}^{-}\right) + p_{10}\left(d_{20}^{-}\right) + p_{11}\left(d_{21}^{-}\right)$$

حل النموذج والمناقشة:-

تضمن النموذج (٧ متغير قـرار) و(٤٢ متغير انحـراف) و(١١ هدف) و(٢١ قيد) , تم حل نموذج برمجة الأهداف الخطية الخاص بمشكلة تخطيط نظام غذائي يـومي لمرضـى تصلب الشرايين باستخـــدام البرنامج (WinQSB) , أن قيم الحل الأمثل لنموذج برمجة الأهداف الخطية لمشكلة اتباع نظام غذائي يومي لمرضى تصلب الشرايين كانت كما موضـحة في أدناه :

الحـــــــــــــــل الامثـــــــــــــــل

الأهداف المنجزة	متغيـــرات القـرار
X1= 0.00	
G1 = 0.00	
G2 = 0.00	X_2=6.00
G3 = 647.64	X_3=3.00
G4 = 326.32	X_4= 8.00
G5 = 10.00	X_5= 0.00
G٦=٤,٠٠	$X_٦$= ٠,٤١
G7= 7.00	X7= 4.00
G8=2.00	
G9=10.00	

G10=9.59
G11=6.00

متغـ ـ ـ ـ ـ ـ ـ ـ ـ ـيرات الانحراف

الموجبة	السالبة	الموجبة	السالبة	الموجبة	السالبة
$d_{15}^{+}=0$	$d_{15}^{-}=10$	$d_{8}^{+}=0$	$d_{8}^{-}=734,18$	$d_{1}^{+}=0$	$d_{1}^{-}=8$
$d_{16}^{+}=0$	$d_{16}^{-}=4$	$d_{9}^{+}=0$	$d_{9}^{-}=550$	$d_{2}^{+}=0$	$d_{2}^{-}=0$
$d_{17}^{+}=0$	$d_{17}^{-}=7$	$d_{10}^{+}=0$	$d_{10}^{-}=27,44$	$d_{3}^{+}=0$	$d_{3}^{-}=0$
$d_{18}^{+}=0$	$d_{18}^{-}=2$	$d_{11}^{+}=70,2$	$d_{11}^{-}=0$	$d_{4}^{+}=0$	$d_{4}^{-}=0$
$d_{19}^{+}=0$	$d_{19}^{-}=10$	$d_{12}^{+}=0$	$d_{12}^{-}=0$	$d_{5}^{+}=0$	$d_{5}^{-}=6$
$d_{20}^{+}=0$	$d_{20}^{-}=9,59$	$d_{13}^{+}=266,32$	$d_{13}^{-}=0$	$d_{6}^{+}=0$	$d_{6}^{-}=2,59$
$d_{21}^{+}=0$	$d_{21}^{-}=6$	$d_{14}^{+}=60$	$d_{14}^{-}=0$	$d_{7}^{+}=0$	$d_{7}^{-}=0$

نلاحظ أن التوصيات (الأهداف) الأولى والثانية التي يوصي بها الطبيب الأخصائي (متخـ ـذ القرار) أنجزت بالكامل , حيث على مرضى تصـ ـ ـ ـ ـ ـ ـ ـ ـ ـاب الشرايين اتباع النظـ ـام الغذائي اليومي التالـ ـ ـ ـ ـي (متغيرات القرار التي تم الحصول عليها بعد حل النمـ ـوذج) : تناول ٦ أكواب من الحليب و٣ بيضـ ـ ـ ـ ـات و٨ قطع من الألبان و ٠,٤١ كوب من الرز و٤ أكواب من عصير البرتقال . وبكلفة مقدارها ٧٣٤,١٨ دينار ($d_{8}^{-}=734,18$).

أما التوصية (الهـدف) الثالثـة P١ لـم تنجـز بالكامـل وهـذا نـاتج مـن أن المـستوى المخصـ ـ ـ ـ ـص مع متطلبات قيد فيتامين A كان تحت الإنجاز المقرر بـ ٥٥٠,٠٠ وحدة عالمية أي زيادة التناول من فيتامين A بمقدار ٥٥٠,٠٠ وحدة عالمية ($d_{٩}^{-}$) , كذلك الحال بالنسبة لمتطلبات قيد الحديد أيضا كانت تحت الإنجاز المقرر بـ ٢٧,٤٤ ملغم من الحديـد أي زيـادة التناول من الحديد بمقدار ٢٧,٤٤ ملغم ($d_{١٠}^{-}$) , أما المتطلبات قيد البروتينيات فقد كانت فـوق الإنجاز بمقـ ـ ـ ـ ـدار ٧٠,٢ غم أي التقليل من تنـ ـ ـ ـ ـ ـاول البروتينيات بمقـدار ٧٠,٢ غم ($d_{١١}^{+}$), أما قيد متطلبات الطاقة الغذائية كان ضمن المستوى المطلوب (منجز بالكامل).

أما بالنسبة لهدف (التوصية) الرابعة P٤ كانت قيمته هي ٣٢٦,٣٢ وهذا ناتج من ظهور متغير الانحراف الموجب $d_{١٣}^{+}$ بالنسبة لقيد الكاربوهيدرات بقيمة مقـدارها ٢٦٦,٣٠ غـم و متغيـر الانحراف الموجب $d_{١٤}^{+}$ بالنسبة لقيد الكاليسترول بقيمة مقدارها ٦٠ ملغم .وهذا يعني التقليل من تناول الكاربوهيدرات والكاليسترول بقيمة مقدارها ٢٦٦,٣٠ غم و ٦٠ ملغم على التوالي .

أما بالنسبة للهدف (التوصيات) P١١,P١٠,P٩,P٨,P٧,P٦,P٥ فأنها لم تنجز بالكامـل وكـان ذلك لحساب الأهداف الأربعة السابقة أعلاه التي أدت إلى عدم إنجازها بالكامل .

يوصي الطبيب الأخصائي (متخذ القرار) مرضى تصلب الشرايين بالتقييد بهذا النظام اليـومي لتناول المقادير المحددة أعلاه من المواد الغذائية المعتمدة في الدراسة التي تقلل من زيادة نـسبة الكاليسترول والكاربوهيدرات المسببة لهذا المرض .

ونوصي باستخدام أحد الاختبارات الإحصائية لغرض التوصل إلى مدى فعاليـة هـذا النظـام الغذائي لمرضى تصلب الشرايين وذلك بفحص مستوى الكوليسترول لعينة من المرضـى قبـل وبعد إعطائهم النظام الغذائي الأمثل .

المصادر

١) النوري,فاروق فاضل, (١٩٨١)," تغذيـ ـ ـ ـة الانسان" , كلية الزراعة – جامعة بغداد .

٢) Anderson.A.M. and, Earlr .M.D " Diet planning in third world by linear and goal programming " , (1983) , J. of operational Research society , p.p. 9 – 16 .

3) Barry, R. and Ralph M. stair , J. ,(2000) " Quntitive Analysis for management",(7th edition), prentice – Hall.

4) Lee, S.M., (1972)," Goal programming for Decision Analysis" , Anerbach , philadelphia.

5) Nesa, W. and Richard, C., (1981)," Linear programming and Extensions " , McGraw - Hall.