

((حول التحليل الإحصائي للتجربة العاملية (a×b) غير المترنة))

أ. كمال علوان خلف المشهداني / قسم الإحصاء / كلية الإدراة والاقتصاد /

جامعة بغداد

م.د. أسامة محمد جاسم القصاب / قسم المحاصيل الحقلية / كلية الزراعة

جامعة بغداد

المستخلص :

نظراً للاهمية التي تحتلها تطبيقات التجارب العاملية في المجال الزراعي بصورة خاصه وال المجالات الاخرى فقد كان هدف البحث اجراء التحليل الاحصائي للتجربة العاملية (a×b) غير المترنة (تكرارات المعالجات العاملية غير متساوية)، اذ تم توضيح للمعالجة الخاصة بكيفية حساب مجاميع المربيعات وتحليل التباين وتم التطبيق على بيانات تجربة زراعية نفذت في كلية الزراعة جامعة بغداد بهدف دراسة تأثير عاملين احدهما البورون B والآخر الكبريت S على صفة (عدد البوبيضات) لزهرة عباد الشمس وكانت تمثل تجربة عاملية غير مترنة. وقد تم التوصل الى نتائج التحليل بعد ما استخدم مقياس الوسط التوافقي (Harmonic mean) لمعالجة حالة عدم الاتزان.

١. المقدمة:

لا يخفى على من يهتم بتصميم وتحليل التجارب اهمية التجربة العاملية كونها تهوى للباحث المعلومات الكافية للتأثيرات الاساسية للعامل المدروسة اضافة الى المعلومات التي تخص التفاعلات بين هذه العوامل ، ولقد بحثت التجربة العاملية كثيراً واقيمت وفقها تجارب كثيرة من قبل الباحثين وخصوصاً في المجال الزراعي واللاحظ على هذه التجارب انها كانت مترنة بمعنى ان التكرار لكل معالجة من المعالجات العاملية يكون متساوي وفي حالة ان تفقد نتيجة او ربما بعض النتائج فيتم تقديرها عن طريق الصيغ المتتبعة وفقاً للتصميم المستخدم من اجل ان تتكامل البيانات (غير مترنة لأي نقص) وجعل التجربة مترنة . ولكن حالة عدم الاتزان للتجربة العاملية (التكرار لكل معالجة عاملية غير متساوي) اذا تم بحثها او اقامتها كواقع تطبيقي (عملي) فكيف يتم تحليلها ؟ لذلك فان بحثنا هذا يتناول هذه الحالة ويهدف الى توضيح الاجراء العلمي السليم الذي يساعد في تحليل البيانات او في حساب مجاميع المربيعات التي يستلزمها التحليل الاحصائي لمثل هذه التجربة.

٢. الهدف:

يهدف البحث الى تسلیط الضوء لکیفیة معالجة حساب مجامیع المربعات لتأثیرات العوامل والتقاعلات التي يتطلبها تحلیل التباين بوجود حالة عدم الاتزان (عدم تساوی التكرارات للمعالجات العاملیة) في التجربة العاملیة للوصول الى بناء تحلیل احصائی سلیم للتجربة .

٣. الجانب النظري:

لغرض توضیح الجانب النظري بالامکان ان نفترض تجربة عاملیة $(a \times b)$ والتي تعنی انها تتضمن عاملین : الاول A وله مستويات عددها (a) والثاني B وله مستويات عددها (b) . ونفذت وفق تصمیم كامل العشوائیه (CRD) بـ n_{ij} من التكرارات لكل معالجة التي تمثل التوفیق بین احد المستويات للعامل A وليکن المستوی (i) مع احد المستويات للعامل B وليکن المستوی (j) . وعليه فأن النتائج او الاستجابات لهذه المعالجات يمكن ان يعبر عنها بالرموز كما في الجدول (1) ادناه ^{(١) و (٢)} .

جدول (1)

يبین الاستجابات بالرموز لمعالجات التجربة العاملیة $(a \times b)$

		B				B	
		1	2	...	j	...	B
		y_{111}	y_{121}	...	y_{1j1}	...	y_{1b1}
		y_{112}	y_{122}	...	y_{1j2}	...	y_{1b2}
		M	M	M	M	M	M
		$y_{11n_{11}}$	$y_{12n_{12}}$...	$y_{1jn_{1j}}$...	$y_{1bn_{1b}}$
\sum		$y_{11.}$	$y_{12.}$...	$y_{1j.}$...	$y_{1b.}$
n_{1j}		n_{11}	n_{12}	...	n_{1j}	...	n_{1b}
$\bar{y}_{1j.}$		$\bar{y}_{11.}$	$\bar{y}_{12.}$...	$\bar{y}_{1j.}$...	$\bar{y}_{1b.}$
M		M	M	M	M	M	M
i		y_{i11}	y_{i21}	...	y_{ij1}	...	y_{ib1}

	y_{i12}	y_{i22}	...	y_{ij2}	...	y_{ib2}
	M	M	M	M	M	M
	$y_{i1n_{i1}}$	$y_{i2n_{i2}}$...	$y_{ijn_{ij}}$...	$y_{ibn_{ib}}$
\sum	$y_{i1.}$	$y_{i2.}$...	$y_{ij.}$...	$y_{ib.}$
n_{ij}	n_{i1}	n_{i2}	...	n_{ij}	...	n_{ib}
$\bar{y}_{ij.}$	$\bar{y}_{i1.}$	$\bar{y}_{i2.}$...	$\bar{y}_{ij.}$...	$\bar{y}_{ib.}$
M	M	M	M	M	M	M
a	y_{a11}	y_{a21}	...	y_{aj1}	...	y_{ab1}
	y_{a12}	y_{a22}	...	y_{aj2}	...	y_{ab2}
	M	M	M	M	M	M
	$y_{a1n_{a1}}$	$y_{a2n_{a2}}$...	$y_{ajn_{aj}}$...	$y_{abn_{ab}}$
\sum	$y_{a1.}$	$y_{a2.}$...	$y_{aj.}$...	$y_{ab.}$
n_{aj}	n_{a1}	n_{a2}	...	n_{aj}	...	n_{ab}
$\bar{y}_{aj.}$	$\bar{y}_{a1.}$	$\bar{y}_{a2.}$...	$\bar{y}_{aj.}$...	$\bar{y}_{ab.}$

النموذج الرياضي الذي يصف الاستجابة في هذه التجربة يمكن ان يكون كما في الصيغة 1
 ادناء (٢) و (٣).

$$y_{ijk} = m + a_i + b_j + ab_{ij} + e_{ijk} \quad \dots \dots \dots \quad (1) \dots \dots \dots$$

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, a \\ j &= 1, 2, \dots, b \\ k &= 1, 2, \dots, ij \end{aligned}$$

حيث y_{ijk} : الاستجابة للمفردة k الواقعة تحت تأثير المستوى i في العامل A والمستوى j من العامل B .

m : تأثير الوسط الحسابي العام

a_i : تأثير المستوى i من العامل A

b_i : تأثير المستوى i من العامل B

ab_{ij} : تأثير التفاعل بين المستوى i من العامل A والمستوى j من العامل B

e_{ijk} : الخطأ العشوائي

ان التكرارات لكل معالجة كما لاحظنا في الجدول (١) لم تكن متساوية لذلك فان التحليل وحساب مجاميع المربعات سوف لن يكون كما هو مألف في الطرق والصيغ المعروفة (*) وانما سيتم اعتماد اجراء مبني على استخدام الوسط التوافقي (Harmonic mean) لكون n_{ij} غير متساوية لان معالجة لان التجربة العاملية التي تمتلك معالجاتها (خلالها) تكرارات (قطع تجريبية) غير متساوية ينبغي ان يتم تحليلها بالطريقة التي تؤدي الى ان كل معالجة تؤخذ وكأنما لها نفس العدد من التكرارات مثل المعالجات الاخرى وهنا يتم وزن المعالجات (الخلال) بالتساوي لحساب مجاميع المربعات للتأثيرات الاساسية (الرئيسية) والتفاعلات ، أي كأن كل معالجة (خلية) تحتوي بالضبط قياساً واحداً هو المتوسط وافضل مقياس ملائم بين مقاييس المتوسطات لهذه الحالة ولكون n_{ij} غير متساوية لكل معالجة هو مقياس الوسط التوافقي (٥). ان الوسط التوافقي لتكرارات المعالجات يمكن حسابه وفق الصيغة أدناه

$$\bar{n}_h = \frac{ab}{\sum_i \sum_j \left(\frac{1}{n_{ij}} \right)} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

حيث يتم استخدام قيمة الوسط التوافقي (n_h) في تصحيح حساب مجاميع المربعات لكل من العامل A وللعامل B وللتفاعل AB بعد تكوين جدول لمتوسطات المعالجات كما في الجدول (2) أدناه.

(*) يمكن مراجعة المصدر (٢) او أي مصدر اخر (١ ، ٣ ، ٥) لملحوظة الصيغ التي تعتمد لحساب مجاميع المربعات في كون التكرار لكل معالجة متساوية.

جدول (2)

يبين متوسطات المعالجة (الناتجة من توافق مستوىات العاملين)

A \	1	2	...	J	...	B	
1	$\bar{y}_{11.}$	$\bar{y}_{12.}$...	$\bar{y}_{1j.}$...	$\bar{y}_{1b.}$	$\sum_j \bar{y}_{1j.}$
M	M	M	M	M	M	M	M
i	$\bar{y}_{i1.}$	$\bar{y}_{i2.}$...	$\bar{y}_{ij.}$...	$\bar{y}_{ib.}$	$\sum_j \bar{y}_{ij.}$
M	M	M	M	M	M	M	M
a	$\bar{y}_{a1.}$	$\bar{y}_{a2.}$...	$\bar{y}_{aj.}$...	$\bar{y}_{ab.}$	$\sum_j \bar{y}_{aj.}$
	$\sum_i \bar{y}_{il.}$	$\sum_i \bar{y}_{i2.}$...	$\sum_i \bar{y}_{ij.}$...	$\sum_i \bar{y}_{ib.}$	G

الآن اعتماداً على قيمة الوسط التوافقي \bar{n}_h المحسوبة من الصيغة 2 ومتوسطات المعالجات الموضحة في الجدول (2) والاستجابات في الجدول (1) يمكن حساب الآتي .

1) حد التصحيح (the correction term) يحسب وفق الصيغة 3 أدناه .

$$C = \frac{G^2}{ab} \dots \dots \dots \quad (3)$$

2) مجموع المربعات للعامل الرئيسي A يحسب وفق الصيغة 4 أدناه .

$$SS(A) = \bar{n}_h \left[\frac{\left(\sum_j \bar{y}_{1j.} \right)^2 + \dots + \left(\sum_j \bar{y}_{aj.} \right)^2}{b} - C \right] \dots \dots \dots \quad (4)$$

3) مجموع المربعات للعامل الرئيسي B يحسب وفق الصيغة 5 أدناه

$$SS(A) = \bar{n}_h \left[\frac{\left(\sum_i \bar{y}_{11.} \right)^2 + \dots + \left(\sum_i \bar{y}_{ib.} \right)^2}{a} - C \right] \dots \dots \dots \quad (5)$$

٤) مجموع المربعات للتفاعل AB يحسب وفق الصيغة  أدناه

$$SS(AB) = \bar{n}_h \left[\bar{y}_{11.}^2 + \bar{y}_{12.}^2 + \dots + \bar{y}_{ab.}^2 - C \right] - SS(A) - SS(B) \dots \dots \dots \quad (6)$$

٥) مجموع المربعات لداخل المعالجات (within treatment SS) يحسب وفق الصيغة  أدناه ٧

$$SS \text{ within treatment } ab_{11} = \left(y_{111}^2 + y_{112}^2 + \dots + y_{11n_{11}}^2 \right) - \frac{y_{11.}^2}{n_{11}} \quad \left. \right\} \dots \dots \quad (7)$$

M

$$SS \text{ within treatment } ab_{ab} = \left(y_{ab1}^2 + y_{ab2}^2 + \dots + y_{abn_{ab}}^2 \right) - \frac{y_{ab.}^2}{n_{ab}}$$

وعليه فان جدول تحليل التباين سيكون كما في الجدول (٣) الآتي

جدول (3)

يبين تحليل التباين للتجربة العاملية (a×b)

S.O.V	D.F	S.S.	M.S.	F
A	a-1	SS(A)	$MS(A) = \frac{SS(A)}{a-1}$	$F(A) = \frac{MS(A)}{MSe}$
B	b-1	SS(B)	$MS(B) = \frac{SS(B)}{b-1}$	$F(B) = \frac{MS(B)}{MSe}$
AB	(a-1)(b-1)	SS(AB)	$MS(AB) = \frac{SS(AB)}{(a-1)(b-1)}$ SSe	$MS(AB)$ $F(AB) = \frac{MS(AB)}{MSe}$
Within treatment (error)	$\sum \sum n_{ij} - ab$	SSe	$MSe = \frac{\sum \sum n_{ij} - ab}{ab}$	

١-٣-١ اختبار التأثيرات البسيطة

١-١-٣ اختبارات التأثيرات البسيطة للعامل A

بالمكان اجراء اختبارات للتأثيرات البسيطة للعامل A اعتمادا على الجدول (2) السابق فنقوم

بحساب مجموع المربعات للعامل A بالنسبة لكل مستوى من مستويات العامل B وكما يلي

$$\begin{aligned}
 SSA \text{ for } b_1 &= \bar{n}_h \left[\bar{y}_{11.}^2 + \dots + \bar{y}_{i1.}^2 + \dots + \bar{y}_{a1.}^2 - \frac{\left[\sum_i \bar{y}_{i1.} \right]^2}{a} \right] \\
 &\vdots \\
 SSA \text{ for } b_j &= \bar{n}_h \left[\bar{y}_{1j.}^2 + \dots + \bar{y}_{ij.}^2 + \dots + \bar{y}_{aj.}^2 - \frac{\left[\sum_i \bar{y}_{ij.} \right]^2}{a} \right] \\
 &\vdots
 \end{aligned} \quad \dots \quad (8)$$

$$SSa \text{ for } b_b = \bar{n}_h \left[\bar{y}_{1b.}^2 + \dots + \bar{y}_{ib.}^2 + \dots + \bar{y}_{ab.}^2 - \frac{\left[\sum \bar{y}_{ab.} \right]^2}{a} \right]$$

ويتم عمل جدول تحليل التباين كما في الجدول (٤) أدناه

جدول (٤) بيان تحليل التباين للتأثيرات البسيطة للعامل A				
S.O.V.	D.F	S.S.	M.S.	F
A for b1	a-1	SS a for b1	MS a for b1	<u>MS a for b1</u>
⋮	⋮	⋮	⋮	MSe ⋮
A for bb	a-1	SSa for bb	MSa for bb	<u>MSa for bb</u> MSe
Within treatment(error)	$\sum \sum n_{ij} - ab$	SSe	MSe	

١-٣-٢ اختبارات التأثيرات البسيطة للعامل B

ويمكن اجراء اختبارات التأثيرات البسيطة للعامل B عن طريق حساب مجموع المربعات للتأثيرات البسيطة للعامل B بالنسبة لكل مستوى من مستويات العامل A وكما يلي

$$SSb \text{ for } a_1 = \bar{n}_h \left[\bar{y}_{11.}^2 + \dots + \bar{y}_{1j.}^2 + \dots + \bar{y}_{1b.}^2 - \frac{\left[\sum \bar{y}_{1j.} \right]^2}{b} \right]$$

$$SSb \text{ for } a_a = \bar{n}_h \left[\bar{y}_{a1.}^2 + \dots + \bar{y}_{aj.}^2 + \dots + \bar{y}_{ab.}^2 - \frac{\left[\sum \bar{y}_{aj.} \right]^2}{b} \right] \quad \dots \quad (9)$$

وجدول تحليل التباين لهذه الحالة يمكن ان يكون كما في الجدول (5) أدناه

جدول (5) يبين تحليل التباين للتأثيرات البسيطة للعامل B

S.O.V.	D.F	S.S.	M.S.	F
B for a_1	b-1	SSb for a_1	MS b for a_1	MS b for a_1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	MSe
B for aa	b-1	SSb for aa	MS b for aa	MS b for a_a
Within treatment(error)	$\sum \sum n_{ij} - ab$	SSe	MSe	

٤. الجانب التطبيقي

اعتمد الجانب التطبيقي على بيانات إحدى التجارب الزراعية حذفت منها بعض القيم حيث نفذت وفق تصميم CRD (الكامل العشوائين) ، بهدف دراسة تأثير عاملين هما البوoron B وكانت مستوياته (B_0 وتعني عدم الاضافة ، B_1 التركيز الاول ، B_2 التركيز الثاني ، B_3 التركيز الثالث) والكبريت S وكانت مستوياته (S_0 وتعني عدم الاضافة ، S_1 التركيز الاول ، S_2 التركيز الثاني) على صفة عدد البوبيضات لكل زهرة من نباتات زهرة الشمس وسجلت النتائج (الاستجابات) كما في الجدول (6) أدناه :

ملاحظة : تم حذف بعض البيانات من الجدول (6) أدناه وكما يلي :

جدول (6) يبين الاستجابات التي تمثل عدد البيويضات للزهرة

S	B_0	B_1	B_2	B_3
S_0	3	6	7	8
	3	5	6	6
	4	5	7	7
	4	4	6	7
	4			7
$Y_{1j} = \sum$	18	20	26	35
n_{1j}	5	4	4	5
\bar{Y}_{1j}	3.6	5	6.5	7
S_1	4	4	6	7
	3	6	7	7
	5	6	6	8
	4	5	5	8
		6		7
		6		8
$Y_{2j} = \sum$	16	33	24	45
n_{2j}	4	6	4	6
\bar{Y}_{2j}	4	5.5	6	7.5
S_2	6	7	7	7
	4	6	7	8
	5	7	7	9
	5	5	7	9
	4	7		
$Y_{3j} = \sum$	24	32	28	33

n_{3j}	5	5	4	4
\bar{Y}_{3j}	4.8	6.4	7	8.25

نلاحظ ان الجدول (6) اعلاه قد تضمن تكرارات غير متساوية للمعالجات التي تمثل التوافق بين مستويات العامل الاول B (البورون) ومستويات العامل الثاني S (الكريت) وعليه فان التحليل سيعتمد الأسلوب الوارد في الجانب النظري الذي يعالج حالة عدم الاتزان $\textcircled{1}$ في تكرارات المعالجات لذلك نقوم بحساب قيمة الوسط التوافقي كما جاءت في الصيغة 2 والتي تساوي

$$ab = (3) 4 = 12$$

$$\bar{n}_h = \frac{\sum \frac{1}{n_{ij}}}{\sum \frac{1}{n_{ij}}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4} = \frac{2.633}{2.633} = 4.56$$

ولغرض استخدام قيمة هذا المقياس (الوسط التوافقي) في حساب مجاميع المربعات التي يتطلبها التحليل نقوم بعمل جدول لمتوسطات المعالجات كما في الجدول (7) ادناه

جدول (7) يبين متوسطات المعالجات (التوافق يبين مستويات العامل B ومستويات العامل S)

$S \backslash B$	B_0	B_1	B_2	B_3	Σ
S_0	3.6	5	6.5	7	22.1
S_1	4	5.5	6	7.5	23
S_2	4.8	6.4	7	8.25	26.45
Σ	12.4	16.9	19.5	22.75	71.55

يتم حساب مجاميع المربعات بتطبيق الصيغ 3,4,5,6,7 كالتالي :

$$1. C = \frac{G^2}{ab} = \frac{(71.55)^2}{12} = 426.62$$

$$2. SS(S) = 4.56 \left[\frac{(22.1)^2 + (23)^2 + (26.45)^2}{4} - C \right] = 12$$

$$3. SS(B) = 4.56 \left[\frac{(12.4)^2 + (16.9)^2 + (19.5)^2 + (22.75)^2}{3} - C \right] = 87.13$$

$$4. SS(BS) = 4.56 [(3.6)^2 + \dots + (8.25)^2 - C] - SS(S) - SS(B) = 1.89$$

$$5. SSe (SS \text{ within treatment}) = 23.95$$

وعليه فان جدول تحليل التباين سيكون كما في الجدول (8) الاتي

جدول (8) جدول تحليل التباين للتجربة العاملية في الجانب التطبيقي

S.O.V.	D.F	S.S.	M.S.	F	F.TAB
S	2	12	6	11.11*	٣,٢١
B	3	87.13	29.04	53.78*	2.82
AB	6	1.89	0.315	0.58	2.32
Within treatment(error)	44	23.95	0.54		

٥- الاستنتاج لنتائج التجربة

- أ- نلاحظ ان العامل S (الكبريت) قد اظهر معنوية في التأثير على الصفة المدروسة.
- ب- ان العامل B (البورون) قد اظهر معنوية في التأثير على الصفة المدروسة.
- ج- لم يظهر التفاعل بين العاملين BS تأثيراً معنواً على الصفة المدروسة حيث أنهما أظهرتا معنوية في التأثير على الصفة المدروسة (عدد البواعضات) لكل زهرة من نبات زهرة الشمس. وعليه فيمكن التوصية باستخدام مستويات كل من عامل الكبريت وعامل البورون.

ونظراً لأن النتائج أظهرت معنوية تأثير عامل الكبريت وعامل البورون فيمكن اختبار التأثيرات البسيطة للعامل B (البورون) فنحسب مجاميع المربعات للتأثيرات البسيطة للعامل B عند كل مستوى من مستويات العامل S (الكبريت) وفق مجموعة الصيغ ٩ وكالاتي :

$$SSB \text{ for } S_0 = 4.56 [(3.6)^2 + (5) + (6.5)^2 + (7) - \frac{(22.1)^2}{4}] = 32.41$$

$$SSB \text{ for } S_1 = 28.5$$

$$SSB \text{ for } S_2 = 28.09$$

وعليه فجدول تحليل التباين سيكون كما في الجدول (٩) أدناه

جدول (٩) تحليل التباين للتأثيرات البسيطة للعامل B (البورون)

S.O.V.	D.F	S.S.	M.S.	F	F.TAB
B for S_0	3	32.41	10.8	20*	2.82
B for S_1	3	28.5	9.5	17.6*	2.82
B for S_2	3	28.09	9.3	17.3*	2.82
Error	44	23.95	0.54		

حيث يبين الجدول أعلاه (٩) أن جميع التأثيرات البسيطة ظهرت معنوية.

وبنفس الأسلوب بالإمكان اختبار التأثيرات البسيطة للعامل الآخر الكبريت باعتماد الصيغة Δ والجدول (٤) الوارد في الجانب النظري.

وكما يلي :

$$SS S \text{ for } B_0 = 4.56 [(13.6)^2 + (4)^2 + (4.8)^2 - \frac{(12.4)^2}{3}] = 3.41$$

$$SS S \text{ for } B_1 = 4.59$$

$$SS S \text{ for } B_2 = 2.28$$

$$SS S \text{ for } B_3 = 3.61$$

وعليه فان جدول تحليل التباين سيكون كما في الجدول (١٠) أدناه :

جدول (١٠) تحليل التباين للتأثيرات البسيطة للعامل S (ال الكبريت)

S.O.V.	D.F	S.S.	M.S.	F	F.TAB
S for B ₀	2	3.41	17.05	31.57*	3.21
S for B ₁	2	4.59	2.295	4.16*	3.21
S for B ₂	2	2.28	1.14	2.11	3.21
S for B ₃	2	3.61	1.805	3.34*	3.21
Error	44	23.95	0.54		

* تعني المعنوية

المصادر

١. تصميم وتحليل التجارب 1989 ، محمود حسن خلف ، كمال علوان خلف ، مطبعة التعليم العالي . بغداد .
٢. تصميم وتحليل التجارب 2002 ، محمود حسن خلف ، كمال علوان خلف الدار الجامعية للنشر ، بغداد .

٣. المفاهيم الأساسية في تصميم التجارب 1984 ، تشارلز هيكى ، ترجمة قيس سبع خماس ، الجامعة المستنصرية .
4. George A . Millikin ، Dallas E . Johnson ، 1984 , " Analysis of Messy Data " . Vos. / Desisned Experiments .
5. K . D , Broota , 1992 , " Experimeted Design in Behavioural