طريقة مقترحة لتقدير دوال كثافة الطيف للسلاسل الزمنية غير المستقرة

أ. د. لميعة باقر جواد / جامعة بغداد / كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء
الباحثة: احلام حنش كاطع /طالبة دكتوراه/جامعة بغداد/كلية الادارة والاقتصاد/قسم الاحصاء

تاريخ استلام البحث: 2014/6/30 تاريخ قبول النشر: 2014/9/24

المستخلص:

يهدف هذا البحث الى تقدير دالة كثافة الطيف للسلاسل الزمنية غير المستقرة للنموذج (Uineformaly Modulated Proceses) ويرمز له (UMP)عندما Z_t تمثل نموذج AR(1) و AR(2) و MA(1) وARMA(1,1) وبمعلمات مختلفة وهذه الطرائق هي طريقة الطيف التطوري (Evolutionary Spectrum Method) وطريقة وكنر – فيل (Wigner-Ville Method)وطريقة مخطط الدورية قصير الامد (Short-Time Periodogram Method) ولغرض الأستفادة من خصائص الطرائق الثلاثة اعتمد مبدأ التقليص (Shrink) بين تقديرات خصائص تلك الطرائق الا وهي الطريقة المقلصة (Shrinkage Method) والمقارنة فيما بينها باستخدام معيار (Mean Integrated Squar Error) ويرمز له (MISE).

وان اهم الاستنتاجات التي توصلنا اليها ان افضل طريقة تقدير لدالة كثافة الطيف هي الطريقة المقلصة (المقترحة) (Shrinkage Method) في نماذج ARMA(1,1) في جميع حجوم العينات الثلاثة والنموذج MA(1) عند $\theta_1 = 0.5$ ونموذج AR(1) عند $\Phi_1 = 0.9$، في حين تساوت طريقتي (Short-Time Periodogram Method) ويرمز لها sh.pe.s و Shrinkage (Method) ويرمز لها Sh.Me.s، في نماذج AR(2) عند جميع الحجوم عند المعلمتين

$\Phi_2 = -0.4 \ , \Phi_1 = 0. \Phi_2 = 0.3 \ , \Phi_1 = 0.4$

Shrinkage Method for the Estimation of Spectral Density Function for the Non-Stationary Time-Series

Lami'a Baqir Jawad\Faculty at the College of Management and Economy\Statistic Dept.
Ahlam H. Gate' \ Ph. D. Student\ College of Management and Economy\ Statistic Dept.

Abstract

The present research aims to estimate of the spectral density function of the non-stationary time-series of(Uniformly Modulated Processes) (mup) model, when Z represents the model AR (1), AR (2), and ARMA (1,1) with various parameters. These methods are the (evolutionary spectral method),(Wigner- Vill method) and the(short-time period gram method). In order to make use of the properties of the three methods, shrinking principle has been adopted among the estimation of the properties of the three methods is called (Shrinkage Method) and compares them together using the criteria (Mean Integrated Square Error) (MISE).

The most important conclusion which has been reached by the present research is that the best method to estimate the function of the spectral density is the Shrinkage one suggested by ARMA (1,1) model in adding the sizes of the three samples, the model MA (1) at θ_1= 0.5 and the model AR

(1) at Φ_1= 0.9, while the two methods, Sh. Pe.S and Sh. Me. S of the model AR (2) at all sizes at the parameters Φ_1= 0.4 and Φ_2= 0.3, Φ_1=0.8, and Φ_2=-0.4.

I. المقدمة والهدف

هناك اتجاهان اساسيان في تحليل السلاسل الزمنية الاول يعرف بالتحليل في مجال الزمن ***(Time Domain)*** والثاني التحليل في مجال التكرار التردد ***(Frequency Domain)*** ولكلا النوعين اساليبه المعروفة في التحليل واهميته الخاصة ، وإذ إن الاتجاه الثاني محور اهتمام البحث لذا لابد من تناول المفاهيم الاساسية لهذا الاتجاه فضلا عن الطرائق المتبعة في تقدير دالة كثافة الطيف للسلاسل الزمنية غير المستقرة.

ان دالة كثافة الطيف هي الاداة الرئيسة في التحليل الطيفي، وهي دالة غير معلومة، وتحتاج الى تقدير سنحاول هنا ايجاد تقدير يتسق ودالة كثافة الطيف الفعلية التي تسيطر على سلوك العملية التصادفية التي تخضع لها المسألة قيد الدراسة.

لقد تم التركيز في هذا البحث على تقدير دالة كثافة الطيف بطرائق مختلفة منها طريقة الطيف التطوري (***Evolutionary Spectrum***) وطريقة وكنر- فيل ***(Wigner –Ville Spectrum)*** وطريقة مخطط الدورية القصير الامد **(Short Time Periodogram*)*** ولغرض الاستفادة من خصائص الطرائق الثلاثة اعتمد الباحث مبدأ التقليص (Shrink) بين لمقدرات تلك الطرائق .

وللحصول على افضل طريقة تقدير لدالة كثافة الطيف للسلاسل الزمنية غير المستقرة تم استخدام المعيار MISE .

II. التحليل الطيفي للعمليات غير المستقرة [10]

Spectral Analysis of Non – Stationary Processes

ان التحليل الطيفي له اهمية كبيرة في دراسة العمليات المستقرة وللأسباب الرئيسة الآتية:

1. ان للطيف تفسيراً فيزيائياً مباشراً يصف توزيع قوة التردد.
2. يقدم الطيف معلومات عن هيكل العملية العشوائية وهذا يفيد في المساعدة في مطابقة الانموذج.
3. ان دوال الطيف تلعب دوراً مركزياً في نظرية التنبؤات الخطية.
4. بإعطاء مجموعة من المشاهدات، يمكن تقدير الطيف عن طريق تقنيات عددية بسيطة الى حد ما والتي لا تتطلب اي افتراضات محددة على هيكل العملية.

وفي عملية تعميم اي نظرية لتغطية حالات اكثر عمومية، لابد ان تكون النظرية الجديدة مترابطة مع النظرية القديمة وهذا يعني ان اي تعريف (***الطيف***) يخص عملية غير مستقرة، لابد ان يتحول الى التعريف التقليدي وبالتحديد عندما تكون العملية مستقرة ورغم هذا توجد عدة طرق يمكن تبنيها، كل منها تلبي هذا المتطلب[11].

ان الدافع الاساس الذي يشكل اساس طريقة الاطياف التطورية ***(Evolutionary spectra)*** هو حفظ الخاصية الاولى، وهي ان للأطياف التطورية نوعاً مشابهاً من التفسير الفيزيائي الخاص بأطياف العمليات المستقرة، وهذا شيء جوهري، اما الفارق الرئيس فهو انه في حين يصف طيف العملية المستقرة توزيع قوة التردد الخاص بكل عملية (اي على طول الزمن)، فإن الاطياف التطورية تعتمد على الزمن وتصف توزيع قوة التردد المنطقي في كل زمن حالي، ان نظرية الاطياف التطورية هي النظرية الوحيدة المقترحة لحد الان التي تحفظ هذا التفسير الفيزيائي الخاص بالعمليات غير المستقرة، ورغم ذلك، تحول الامر الى انه فضلا عن الخاصية رقم (1) المذكورة آنفاً، فأن طريقة الاطياف التطورية تحفظ كذلك كل من الخواص (4, 3, 2)[13], [1]

III مقدرات الاطياف المعتمدة زمنياً

Estimation of Time – Dependent Spectra

نفترض انه تم اعطاءنا عينه مسجله من عملية معلمية مستمرة X_t، و $o \leq t \leq T$، وندرس الان مشكلة تقدير الاطياف المعتمدة زمنياً.

(I V) مقدرات الاطياف التطورية (3),(10),[2]و[1]

Evolutionary Spectra Estimator

سنعالج الحالة التي يكون فيها القياس $\mu(\lambda)$ مستمراً على نحو مطلق فيما يتعلق بقياس (Lebesgue)، لكي يمكننا كتابة الصيغة الآتية:

$dF_t(\lambda)=f(t,\lambda)d\lambda$

لكل λ حيث توجد $f(t,\lambda)$، دالة كثافة الطيف التطورية لكل λ

$$u(t,\omega_o) = \int_{1-T}^{t} (g_u)X_{(t-u)}\, exp(-i\omega o(t-u))du \dots\dots\dots\dots (1)$$

حيث ان $g(u)$ منفذ الطيف ذو عرض B_g التي تعنى بـ

$$2\pi \int_{-\infty}^{\infty}|g(u)|^2du = \int_{-\infty}^{\infty}\left|\Gamma_{(\omega)}\right|^2 d\omega 1, with\ B \int_{-\infty}^{\infty}|u|\,|g(u)|du \quad \dots\dots (2)$$

و $\Gamma(w)$ هي دالة التحويل العامة للمنفذ $g(u)$، فيما يتعلق بـ العملية شبه المستقرة (Semi Stationary) للعائلة $\mathcal{F}$.

ويمكن تقدير دالة كثافة الطيف التطورية للعملية المتقطعة غير المستقرة باستبدال بـ $g_{(u)}$ المتسلسلة $\{g_{(u)}\}$ ودالة الوزن $\{w_\mu(t)\}$ بـ المتسلسلة $\{w_{\mu,t}\}$ لهذا السبب نكتب

$$u_{t,\omega o} = \sum_{u=\infty}^{\infty} g_{(u)}\, X_{t-u} \exp(-i\omega o(t-u)) \dots\dots\dots\dots (3)$$

$$\hat{f}_p(t,\omega o) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} w_{\mu,t}\left|u_{t-u,w_o}\right|^2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

ويمكننا التوضيح بأن:

$$E[\hat{f}_p(t,wo)] \sim \int_{-\pi}^{\pi} \hat{f}_p(t,\omega+\omega o)|\Gamma(\omega)|^2 dw \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

حيث ان

$$\hat{f}_p(t,\omega+\omega o) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} w_{\mu,t}\, f(t-u,\omega+\omega o) \dots\dots\dots\dots (6)$$

و

$$\Gamma_{(\omega)} = \sum_{u=-\infty}^{\infty} g_{(u)} e^{-i\omega u}$$

كذلك يمكن توضيح

$$var[\hat{f}_{p(t,\omega o)}] \sim [\tilde{f}_{(t,\omega o)}]^2 [\int_{-\pi}^{\pi} \left|\left|w_{\mu(\omega)}\right|\right|^2 d\omega]\, [\int_{-\pi}^{\pi} \left|\Gamma_{(\omega}\right|^4 d\omega][1 + \delta_o, \mp\pi, \omega o] \quad (7)$$

حيث ان:

$$\tilde{f}_{t(\omega o)} = \frac{\sum_{u=-\infty}^{\infty} f_{(t-v\omega o)(\omega_{\mu},v)^2}}{\sum_{u=-\infty}^{\infty}(\omega_{\mu},v)^2} \; and \; \omega_{\mu(\omega)}$$

$$= \sum_{u=-\infty}^{\infty} w_{\mu,v} \exp(-i\omega v)$$

(V) مخطط الدورية قصير الامد[1],[4],[5]

Short – Time Periodogram

لتكن $\{X_{1,T}, X_{2,T}, \ldots, X_{T,T}\}$ عينة لعملية مستقرة، وبعد ذلك يتم حساب مخطط الدورية القصير الامد عبر اجزاء ذات طول N ومتمركزة في $[u_T]$

$$I_{N(u,\omega)} = \frac{1}{2\pi H_N} |d_N(u,\omega)|^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

حيث ان

(1) $u = \frac{t}{T}$ التي تكون $u \in [o,1]$

(2) $d_N(u,\omega) = \sum_{s=o}^{N-1} h\left(\frac{s}{N}\right) X_{[uT]} - \frac{N}{2} + s + 1,\; T\, exp(-i\omega s)$

(3) h: [o,1] → IR نافذة متناقصة تدريجياً

(4) $H_N = \sum_{s=o}^{N-1}[h(\frac{s}{N})]^2$

الجزء الاول هو المسافة الزمنية $[o,N]$ المتمركزة في $t_1 = \frac{N}{2}$ والجزء $j_{\text{-th}}$ هو المسافة الزمنية[7]

$$t_j = (j-1)s + \frac{N}{2} \quad \text{المتمركزة} \; \left[(j-1)S_j N + (j-1)s\right]$$

حيث ان $j = 1,\ldots\mu$ و $T = S(\mu-1) + N$

ويتم اعطاء مخطط الدورية القصير الامد بـ

$$\hat{f}_{(u,\omega)} = (b_f)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} k_f\,(\frac{\omega - u}{bf} I_{N(u,\mu)d\mu} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

حيث ان

(1) $k_f = IR \to [o,\infty)$ *is a Kernal with* $k_{f(x)} \neq o$ *for* $X \in [-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

(2) $k_f(x)=k_f(-x)$ *and* $\int k_f(x)\,dx=1$

(3) bf هي عرض الحزمة (bandwidth) في اتجاه التكرار

واذا كانت $X_{t,T}$ مستقرة موقعياً و $\mu = o$ ودالة التحويل A مع الاشتقاقات $\frac{\partial^2 A}{\partial u^4}, \frac{\partial^2 A}{\partial \omega^2}, \frac{\partial^2 A}{\partial u \partial \omega}$ المستمرة و

$$E[I_N(u,\omega)] = f(u,\omega) + \frac{1}{2} b_t^2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} X^2 k_t(x)dx \, \frac{\partial^2 f(u,\lambda)}{\partial u^2} + o(b_t^2)$$

$$+ O\left(\frac{\log(b_t T)}{b_t T}\right) (10)$$

$$var[\hat{f}(u,\omega)] = \frac{f^2(u,\omega)}{b_t b_f T}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} k_t^2(x)\,dx \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} k_f^2(X)dX[2\pi + 2\pi(\omega \equiv o \bmod T)] \quad (11)$$

نلاحظ ان مصطلح التحيز الاول *E[f^(u,w)]* يرتبط بـ غير المستقرة في حين يرتبط مصطلح التحيز الثاني بتباين الاطياف في اتجاه التكرار.

وبعد استخدام هيكل عمل الاستقرارية الموقعي، ثبت لنا بأن هكذا مقدرات ممهدة للطيف التطوري هي غير متحيزة، متسقة على نحو مقارب فضلاً عن ذلك فإنها تتوزع توزيع طبيعي لحالة الاستقرار تماماً.

(V. 1) مقدر طيف Wigner – Ville [3],[6],[7],[8],[9]

في الزمن المتقطع، يكون طيف Wigner - Ville تحويل فورير المتقطع لدالة التباين المشترك الذاتي والمقدر العام جداً لطيف *(w-v)* يعتمد لهذا السبب على مقدرات التباين المشترك العامة من النوع الاتي

$$\hat{\gamma}_{(t+k,t-k)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{Ш}\ \psi_{(\mu,2k)} X_{(t+m+k)}\, X_{(t+m\_k)} \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

حيث ان $\psi_{(\mu,2k)}$ هي نافذة بيانات اعتباطية تحدد نوع المعدل الاعتيادي المراد اداءه على مدخلات $X_{(t+m+k)}\, X_{(t+m-k)}$ لتقدير γ وبافتراض ان ψ تمتلك معكوس فورير المتقطع و ψ

$$\psi_{(\mu,2k)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \text{Ш}\ \psi_{,(n,2k)} \exp(inm)\, dn \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

ويتم اعطاء صنف مقدرات طيف *(w-v)*

$$\hat{f}_{w,v}(t,\omega,\psi) = \frac{1}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} \exp(inm)\,\psi_{(n,2k)} X_{(t+m+k)} X_{(t+m-k)} \exp(2i\omega k)\,dn \ldots\ldots (14)$$

وطالما ان طيف *(w-v)* للإشارات المستقرة يختزل الى طيف اعتيادي، فأن هذا الطيف من المقدرات هو صحيح لإشارات عشوائية مستقرة وغير مستقرة ويتم تقدير شبه Wigner

$$\hat{f}_{Fws(t,w)} = 2\sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(-2i\omega k)|h_N(k)|^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_M(m) X_{(t+m+k)} X_{(t+m-k)} \ldots\ldots (15)$$

حيث تشير $h_N(k), g_m(m)$ الى النوافذ مع $2N\text{-}1$ ، $2M\text{-}1$ على التوالي مع قيم غير صفرية ويسمى هذا المقدر بمقدر شبه *Wigner* الممهدة اذا كان $M>1$ ومقدر مثل هذا الصنف العام من المقدرات الطيفية ويحدد بداله الوزن.

$$\Psi_{Fws}(\mu,2k) = |h_N(k)|^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_M(m)\exp(-i\mu m) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

(V.2) الطريقة المقلصة (المقترحة) Shrinkage Method :

عند تطبيق كل طريقة من طرائق التقدير في تقدير دالة كثافة الطيف نحصل على مقدرات ذات خصائص تمتاز بها تلك الطريقة، ولغرض الاستفادة من خصائص الطرائق الثلاثة معاً اعتمدنا مبدأ التقليص (Shrink) بين تقديرات خصائص تلك الطرائق، ومن ثم مقارنة نتائج التقدير وفق مبدأ التقليص مع نتائج التقدير للطرق الثلاثة . وادناه طريقة التقدير المقلصة:

$$\hat{f}_{sh.Me} = P_1\hat{f}_{EV.s} + P_2\hat{f}_{W.V.s} + (1 - P_1 - P_2)\hat{f}_{sh.pe} \qquad (17)$$

حيث

$\hat{f}_{EV.s}$: طريقة Evolutionary spectrum

$\hat{f}_{W.V.s}$: تمثل طريقة Psedu-wigner-ville spectrum

$\hat{f}_{sh.pe}$: تمثل طريقة short-time peridogram spectrum

$\hat{f}_{sh.Me}$: تمثل الطريقة المقلصة Shrinkage Method

حيث ان p تمثل وزن معين تم تحديده بالاعتماد على تصغير مجموع مربعات الخطأ (MSE) لطريقة التقليص وان $\hat{f}_{sh}$ (0 < P< 1) وبهذا سيكون مجموع مربعات الخطأ للطريقة المقلصة كالآتي :

$$MSE = E\left(f_{(t,\omega o)} - \hat{f}\right)^2$$

$$MSE_{sh.Me} = E(f_{(t,\omega o)} - \Big[P_1\hat{f}_{EV.s} + P_2\hat{f}_{W.V.s} + (1 - P_1 - P_2)\hat{f}_{sh.pe}\Big]^2 \qquad (18)$$

وان

$$\sum_{i=1}^{3} p_i = 1$$

وقيمة $P_i = 0.1, 0.2, \ldots\ldots, 0.9$

V.3 وصف تجربة المحاكاة

تم اجراء تجربة المحاكاة على وفق المواصفات والفروض الآتية:

* تم توليد مشاهدات تخضع لعمليات غير مستقرة، لأن التحليل على وفق الصيغ قيد الدراسة يتطلب ذلك وبنماذج هي الآتية:

* تم اختيار نماذج شبه مستقرة Semi-Stationary المعروفة بـ (Uniformly Modulated Processes) (UMP) وكما مبين في ادناه

$$X_t = C_{(t)}\, Z_{(t)} \qquad t = 1, \ldots. T$$

T تمثل حجم العينة وتم اختيار ثلاثة حجوم للعينات

$T_1=50, \quad T_2=100, \quad T_3=150$

حيث ان

$$C_{(t)} = \exp\left(\frac{-(t-500)^2}{2(200)^2}\right)$$

و $Z_{(t)}$ تمثل النماذج الآتية:

* انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى

$$Z_t = \Phi_1 z_{t-1} + \epsilon_t$$

وبقيمتي المعلمة $\Phi_{,}=0.9$, $\Phi1=0.5$ وبدالة كثافة طيف فعلية هي

$$f_z(\omega) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{2\pi}\frac{1}{\left(1+\Phi_1^2-2\Phi_1^2 cos\omega\right)} \quad ,\pi \le \omega \le \pi$$

*انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثانية

$Z_t=\Phi_1 Z_{t-1}+\Phi_2 Z_{t-2}+\epsilon_t$

وعلى وفق القيم التالية لمعلمتيه $(\Phi_1=0.9, \Phi_2=0.8)(\Phi_1=0.4\ \Phi_2=0.3)$

وبدالة كثافة طيف فعليه هي:

$$f_z(\omega) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{2\pi}\frac{1}{1+\ \Phi_1^2+\Phi_2^2-2\Phi_1-2\Phi_2 Cos2\omega+2\Phi_1\Phi_2 Cos\omega}$$

* انموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الاولى

$Z_t=\epsilon_t - \Theta_1 \epsilon_{t-1}$

وبقيمتي المعلمة $\Theta_1=0.9$, $\Theta_1=0.5$ وبدالة كثافة طيف فعلية هي

$$f_{(\omega)} = \frac{(1-\Theta_1)\cos(\omega)+\Theta_1^2}{2\pi(1+\Theta_1^2)}\ , -\pi \le w \le \pi$$

* أنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة ARMA(1,1) وبمعلمات

$\Phi_1 = 0.5, \Phi_2 = 0.9$ والمعلمات $\Phi_1 = -0.6, \Phi_2 = 0.3$

وبدالة كثافة الطيف فعلية للنموذج الآتي :

$$z_t = \Phi_1 z_{t-1} + \epsilon_1 - \theta_1\ \epsilon_{t-1}$$

تحسب من الصيغة الآتية:

$$f_z(\omega) = \frac{\sigma_z^2}{2\pi}\frac{(1+\theta_1^2+2\theta_1\cos(\omega))}{\left(1+\Phi_1^2-2\theta_1\cos(\omega)\right)}$$

* تم افتراض ان جميع القيم الابتدائية لــ X_t و ϵ_t الضرورية لتوليد X_t $(t=1,\ldots T)$، وفق النماذج السابقة ، مساوية للصفر.
* تم استعمال حجوم عينات مختلفة منها ما هو صغير T = 50 ومنها ما هو متوسط T = 100 ومنها ما هو كبير T = 150.
* تم اجراء تجريبات مختلفة لجميع التوافيق الممكنة للفروض اعلاه وبحجم مكرر مقداره R = 500 لكل مرة.

تم افتراض خضوع متغير البواقي ϵ_t للتوزيع الطبيعي القياسي، وقد تم توليد مشاهدته على وفق اسلوب بوكس – ميلر، اذ لو افترضنا ان U_1, U_2 عبارة عن مشاهدتين مستقلتين عن بعضهما البعض وتخضع كل منهما للتوزيع المنتظم المستمرة على الفترة (o,1) فأن:

$$\epsilon_1 = (-2\log u_1)^{1/2}\cos(2\pi U_2)$$
$$\epsilon_2 = (-2\log u_1)^{1/2}\sin(2\pi U_2)$$

ستكون عبارة عن مشاهدتين مستقلتين عن بعضهما البعض وتخضع كل منهما للتوزيع الطبيعي القياسي، وبتكرار العملية اعلاه، فأنه يتم الحصول على حجم العينة المطلوب.

* ينبغي ان نؤشر بأننا سوف لن نقوم بتقدير قيم معالم اي من النماذج الواردة، لعدم الحاجة لذلك على وفق اهداف البحث، بل سيتم استخدام صيغ تلك النماذج الواردة، لعدم الحاجة لذلك على وفق اهداف البحث، بل سيتم استخدام صيغ تلك النماذج لغرض توليد مشاهدات سلاسل تخضع لها. فيما سيتم استخدام قيم ودوال كثافة الطيف الفعلية المناظرة لها على وفق الصيغ **III** في لأغراض المقارنة مع القيم التقديرية الناتجة عن تطبيق الصيغ التقديرية.
* لغرض ايجاد افضل طريقة تقدير لدالة كثافة الطيف في هذا البحث، فقد تم استعمال المعيار التالي: (Mean Integrated Square Error) ويرمز له (Mise)

$$\text{MisE} = E[f_{(t,\omega o)} - \hat{f}]^2$$

$f_{(t,\omega o}$: تمثل كثافة الطيف النظرية و $\hat{f}$-:تمثل كثافة الطيف التقديرية

V.3.1 استعرض النتائج التجريبية

لغرض وضع تجربة المحاكاة الواردة مواصفاتها وفروضها في الفقرة(**III**) السابقة موضع التنفيذ، فقد قام الباحث بكتابة برنامج بلغة R:3.0.3 لهذا الغرض، وبعد تشغيل البرنامج امكن الحصول على النتائج الواردة مناقشتها ادناه:

ولغرض تحليل نتائج الدراسة التجريبية سيكون المدخل لهذا التحليل هو قيم المعيار (MisE) وعرضت نتائجها في الجدول من (1) الى (4) الذي يعبر عن تمثيل القيم التقديرية لقيم دالة كثافة للنماذج الموضحة في الفقرة (V.3)

معيار MisE

1- قيم (MisE) تتناسب عكسيا مع حجم العينة في جميع الطرائق التقديرية والتقليدية، وهذا يقودنا الى القول انه كلما زاد حجم العينة فأن طرائق التقدير تكون اكثر دقة في تمثيل القيم الحقيقية واقل تمهيدا وهي نتيجة طبيعية اذ ان زيادة حجم العينة سيزيد من قيمة نقطة القطع (M) ومن ثم سيزيد من درجة التمهيد
2- حجم العينة لا يؤثر في استقرار (MisE) بشكل كبير ما بين طرائق التقدير
3- النموذج (Ump) عندما تمثل Zt الاتي:

a- النموذج AR(1)

ان قيمة MISE في طريقة التقدير (Sh. Pes) عند حجم العينة T_1 =50 وقيمة المعلمة $\Phi_1 = 0.5$ اقل من قيمته في بقية الطرائق حيث بلغت (0.007064) وعند المعلمة $\Phi_1 = 0.9$ بلغت (0.4283) ، اما اصغر قيمة عند حجم العينة $T_2 = 100$ وقيمة المعلمة $\Phi_1 = 0.5$ فكانت في طريقة (Sh. Pe.s)(short-Time Periodogram) المعلمتين ايضاً حيث كانت قيمة MISE مساوية الى (0.0034) وعند المعلمة $\Phi_1 = 0.9$ فكانت طريقة (Wigner-ville) حيث بلغت 0.23431 .

وعند حجم T_3= 150 وقيمة المعلمة $\Phi_1 = 0.5$ كانت طريقة (Sh. PeS.) افضل طريقة في بقية الطرائق في كلا المعلمتين حيث كانت قيمة MISE مساوية الى (0.0032) وعند المعلمة $\Phi_1 = 0.9$ بلغت (0.110694) .

b- النموذج AR (2) :

قيمة MISE في طريقة (Sh. Pe.s) عند حجم العينة $T_1 = 50$ وقيمة المعلمات $\Phi_1 = 0.8, \Phi_2 = -0.4$ اقل من قيمته في بقية الطرائق ، حيث بلغت (0.00505) وعند المعلمات $\Phi_1 = 0.4, \Phi_2 = 0.3$ فقد تساوت قيمة MISE في طريقتي (Sh. pe. s) والطريقة المقلصة (Sh. Me. s) حيث بلغت (0.00607) اما اصغر قيمة عند $T_2 = 100$ وعند المعلمات

$\Phi_1 = 0.8 , \Phi_2 = -0.4$ فقد تساوت قيمة MISE في طريقتي (Sh. pe. s) والطريقة المقلصة (Sh. Me. s) ايضاً ، حيث كانت (0.00473) وعند المعلمات $\Phi_1 = 0.4 , \Phi_2 = 0.3$ فكانت في طريقة (Sh. Me. s) مساوية الى (0.00527) .

وعند حجم $T_2 = 150$ وعند المعلمتان $\Phi_1 = 0.8 , \Phi_2 = -0.4$ تساوت طريقتي (Sh. pe. s) والطريقة المقلصة (Sh. Me. s) ، حيث بلغت قيمة MISE (0.00378) وعند المعلمتين $\Phi_1 = 0.4 , \Phi_2 = -0.3$ مساوية الى (0.001964) .

c- النموذج MA(1) :

ان قيمة MISE في الطريقة المقلصة (Sh. Me. S) عند حجم العينة $T_1 = 50$ وقيمة المعلمة $\theta_1 = 0.5$ اقل من قيمته من بقية الطرائق حيث بلغت (0.00580) وعند المعلمة $\theta_1 = 0.9$ فكانت في طريقة (Sh. Pe. S) حيث بلغت (0.15153) اما اصغر قيمة عند $T_2 = 150$ وقيمة المعلمة $\theta_1 = 0.5$ فكانت في طريقة (Sh. Me. S) حيث بلغت (0.0082) ، وعند المعلمة $\theta_1 = 0.9$ فكانت في طريقة (Sh.Me. s) ايضاً حيث كانت مساوية الى (0.04174).

اما في حجم العينة $T_3 = 150$ وعند المعلمة $\theta_1 = 0.5$ فإن افضل طريقة تقدير هي طريقة (Sh. Me. S) حيث كانت MISE مساوية الى (0.00436) وعند ($\theta_1 = 0.9$) فإن طريقة (Sh. Me. S) افضل طريقة حيث بلغت (0.05920) .

d- النموذج ARMA(1,1)

ان قيمة (MISE) في الطريقة المقلصة (SH. Me. S) عند حجم العينة $T_1 = 50$ وقيمة المعلمات $\Phi_1 = -0.6 , \theta_1 = 0.3$ اقل من قيمته في بقية الطرائق حيث بلغت (0.00465) وعند المعلمات $\Phi_1 = 0.5 , \theta_1 = 0.9$ فكانت في الطريقة المقلصة ايضاً حيث بلغت (0.00570) .

وان افضل طريقة تقدير لحجوم العينات الاخرى هي (الطريقة المقلصة (Sh. Me.s) ففي حجم العينة $T_2 = 100$ وقيمة المعلمات $\Phi_1 = 0.6 , \theta_1 = 0.3$ بلغت قيمة MISE (0.00441) وعند المعلمات $\Phi_1 = -0.6 , \theta_1 = 0.3$ فكانت (0.00432) وعند حجم $T_3 = 250$ وقيمة المعلمات $\Phi_1 = -0.6 , \theta_1 = 0.3$ بلغت (0.00421) وعند قيمة المعلمات $\Phi_1 = 0.5 , \theta_1 = 0.9$ فقد كانت قيمة MISE مساوية الى (0.001818)

4-افضل قيمة (P. Optimal)

ان افضل وزن لقيمة P_1 , P_2 في الطريقة المقلصة (Shrinking Method) تم توضيحها في الجدول (5) ، حيث ان افضل وزن لـ P_1 , P_2 كانت عند القيمة (0.1) في جميع النماذج والحجوم باستثناء الاتي :

1- نموذج AR(1) وعند المعلمة $\Phi_1 = 0.9$ وحجم العينة T_2 فإن $P_1=0.2$ وحجم T_3 فإن $P_1=0.6$ و $P_2=0.4$.
2- نموذج AR(2) وعند المعلمات $\Phi_1 = 0.4 , \Phi_2 = 0.3$ وحجم العينة T_2 فان $P_2=0.2$ و $P_1=0.3$.
3- نموذج MA(1) والمعلمة $\theta_1 = 0.5$ وعند حجم العينة T_3 فإن $P_1 = 0.8$.
4- نموذج MA (1) والمعلمة $\theta_1 = 0.9$ وحجم العينة T_2 فإن $P_1= P_2 =0.2$ وحجم العينة T_3 فان $P_1 = 0.3$.
5- النموذج ARMA(1,1) وقيمة $\Phi_1 = 0.6 , \theta_1 = 0.3$ وعند حجم T_2 فإن $P_1= 0.2$ وعند حجم T_3 فإن $P_2=0.3, P_1=0.2$.
6- النموذج ARMA(1,1) وقيمة $\theta_1 = 0.9$ و $\Phi_1 = 0.5$ وعند حجم T_3 ,T_2 فإن $P_2=0.2$.

V-3-2 خلاصة النتائج:

لغرض اعطاء فكرة سريعة عن النتائج التي توصلت اليها الدراسة التجريبية تم تلخيصها بشكل عام في الجدول (6) كما تم توضيح نتائج التجارب الخاصة بالنموذج UMP عندما Z_t يمثل بالنماذج *AR(1)* و *AR(2)* و *MA(1)* و *ARMA (1,1)* .

اما افضل وزن لقيمة P_1 , P_2 للطريقة المقلصة (المقترحة) تم توضيحها في الجدول (5).
وافضل طريقة تقدير لدالة كثافة الطيف هي الطريقة المقصلة (المقترحة) في نماذج ARMA(1,1) في جمع حجوم العينات الثلاثة والنموذج MA(1) عند $\theta_1 = 0.5$ ونموذج AR(1) عند $\Phi_1 = 0.9$، في حين تساوت طريقتي Sh. Pe. S و SH. Me. S ، في نماذج AR(2) عند جميع الحجوم عند المعلمتين
$\Phi_1 = 0.4$, $\Phi_2 = 0.3$ و $\Phi_1 = 0.8$, $\Phi_2 = -0.4$.

جدول (1) قيم (MISE) حسب الطرائق التقديرية وحجم العينة لنموذج UMP عندما Z_t تمثل نموذج AR (1)

No.	طرائق التقدير	النماذج وحجم العينة: نموذج (UMP) عندما Zt تمثل AR(1) وقيمة $\Phi_1 = 0.5$			نموذج (UMP) عندما Zt تمثل نموذج AR(1) وقيمة $\Phi_1 = 0.9$		
		T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
1	Ev. S	0.37293	0.32245	0.30170	2.25135	2.20135	0.450806
2	W. V. S	0.42796	0.42286	0.42024	1.10704	0.23431	0.135858
3	Sh. Pe. S	0.00785	0.00485	0.00556	1.15153	0.4352	0.125920
4	Sh. Me. S	0.007064	0.00334	0.0032	0.4283	0.32421	0.117694

جدول (2) قيم (MISE) حسب الطرائق التقديرية وحجم العينة لنموذج UMP عندما Z_t تمثل نموذج AR (2)

No.	طرائق التقدير	النماذج وحجم العينة: نموذج (UMP) عندما Zt تمثل AR(2) وقيمة $\Phi_1 = 0.8, \Phi_2 = -0.4$			نموذج (UMP) عندما Zt تمثل نموذج AR(2) وقيمة $\Phi_1 = 0.4, \Phi_2 = 0.3$		
		T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
1	Ev. S	0.29340	0.31041	0.38054	0.70679	0.70011	0.08689
2	W. V. S	0.35729	0.34012	0.33464	0.63107	0.55203	0.48850
3	Sh. Pe. S	0.00505	0.00478	0.00378	0.00607	0.00527	0.001964
4	Sh. Me. S	0.06102	0.00478	0.00378	0.00607	0.00527	0.001964

جدول (3) قيم (MISE) حسب الطرائق التقديرية وحجم العينة لنموذج UMP عندما Z_t تمثل نموذج MA (1)

No.	طرائق التقدير	النماذج وحجم العينة: نموذج (UMP) عندما Zt تمثل MA(1) وقيمة $\theta_1 = 0.5$,			نموذج (UMP) عندما Zt تمثل نموذج MA(1) وقيمة $\theta_1 = 0.9$,		
		T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
1	Ev. S	0.3729	0.36382	0.30170	3.25135	3.22143	3.20806
2	W. V. S	0.42796	0.42286	0.42024	1.10704	1.12733	1.05853
3	Sh. Pe. S	0.7664	0.07343	0.06556	0.15153	0.15354	0.05920
4	Sh. Me. S	0.00580	0.0082	0.00436	0.42832	0.04174	0.17694

جدول (4)
قيم (MISE) حسب الطرائق التقديرية وحجم العينة لنموذج UMP عندما Z_t تمثل نموذج ARMA (1, 1)

No.	طرائق التقدير	النماذج وحجم العينة: نموذج(UMP)عندما Zt تمثل ARMA(1,1) وقيمة $\theta_1 = 0.3, \Phi_1 = -0.6$,			نموذج(UMP)عندما Zt تمثل ARMA (1,1) وقيمة $\theta_1 = 0.9, \Phi_1 = 0.5$,		
		T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
1	Ev. S	0.04435	0.03438	0.02942	0.04296	0.04126	0.03806
2	W. V. S	0.10618	0.10527	0.10422	0.12579	0.12282	0.12026
3	Sh. Pe. S	0.01193	0.01037	0.00946	0.01427	0.01334	0.00338
4	Sh. Me. S	0.00465	0.00441	0.00421	0.00570	0.00432	0.001818

جدول (5) يبين افضل (p) للطريقة المقلصة (Shrinkage Method) حسب النموذج وحجم العينة

النموذج وحجم العينة		P-optimal: P_1	P_2
AR(1) $\Phi_1 = 0.5$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.1	0.1
	T_3	0.1	0.1

AR(1) $\Phi_1 = 0.9$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.2	0.1
	T_3	0.6	0.4
AR(2) $\Phi_1 = 0.8 , \Phi_2 = -0.4$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.1	0.1
	T_3	0.1	0.1
AR(2) $\Phi_1 = 0.4 , \Phi_2 = 0.3$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.3	0.2
	T_3	0.1	0.1
MA(1) $\theta_1 = 0.5$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.1	0.1
	T_3	0.2	0.2
MA(1) $\theta_1 = 0.9$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.2	0.2
	T_3	0.3	0.1
ARMA (1,1) $\Phi_2 = 0.3\Phi_1 = -0.6 ,$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.2	0.1
	T_3	0.2	0.3
ARMA (1,1) $\Phi_1 = 0.5 \ , \theta_1 = 0.9$	T_1	0.1	0.1
	T_2	0.1	0.2
	T_3	0.1	0.2

الجدول (6) خلاصة لافضل طرائق التقدير لدالة كثافة الطيف لنماذج (UMP) عندما Z_t تمثل النموذج في ادناه بموجب المعيار MISE

No.	النماذج	حجم العينة والطريقة		
		T_1	T_2	T_3
1	AR(1) , $\Phi_1 = 0.5$	Sh. Me. s	Sh. Me. s	Sh. Me. s
2	AR(1) , $\Phi_1 = 0.9$	Sh. Me. s	Sh. Me. s	Sh. Me. s
3	AR(2) $\Phi_1 = 0.8 , \Phi_2 = -0.4$	Sh. Pe. s	Sh. Pe. s Sh. Me. s	Sh. Pe. s Sh. Me. s
4	AR(2) $\Phi_1 = 0.4 , \Phi_2 = 0.3$	Sh. Pe. s Sh. Me. s	Sh. Pe. s Sh. Pe. s	Sh. Pe. s Sh. Pe. s
5	MA(1), $\theta_1 = 0.5$	Sh. Me. s	Sh. Me. s	Sh. Me. s
6	MA(1), $\theta_1 = 0.9$	Sh. Pe. s	Sh. Me. s	Sh. Me. s
7	ARMA (1,1) $\theta_1 = 0.3\theta_1 = -0.6 ,$	Sh. Me. s	Sh. Me. s	Sh. Me. s
8	ARMA (1,1) $\Phi_1 = 0.5 \ , \theta_1 = 0.9$	Sh. Me. s	Sh. Me. s	Sh. Me. s

- اسماء الطرائق التقديرية تم اختصارها بالحرفين الاوليين .

المصـــادر

1- Adriam B. and clella, M.c, Tolo: (2004) "spectral Analysis of non – stationary processes Using the fourier Transform" Journal of probability and statistics Vol. 18. Pp-69-102
2- Brus cato, A. (2000) " spectral Analysis of non stationary processes Using Fouvier" Transform Master Thesis, University of sao Paulo (in portuguelse)
3- Caiado, J.C.N. and pena, D. (2008) "comparison of Times series with unequal Length in the frequency Domain" computational statistics and Data Analysis vol. 50, 2663- 2648
4- Dahlhaus, R. (1996) "Asymptotic statistical in ference for non stationary processes with Evolutionary spectra. In: P. M. Robinson and M. Rosenblatt (Ed) Athens conference on Applied probability and Time series Analysis VolII". New York- springer- verlag
5- Dahlhaus, R. (1997) "Fitting Time series models to non stationary processes." Ann. Statist. 25, 1- 37
6- Flandrin, P. (1989), "Time dependent spectra fon non stationary stochastic processes". In G. longo and B. Picin bono (Ed.) Time and frequency Repre- sentations of signals and systems, 69-124 New York
7- Fox, J. (2000). "Multiple and generalized non parametric Regression". Co lifornia 'sage publications
8- Martin, W. and Flandrin, P. (1983a), "sur les conditions physiques assurant l'unicite de la repress entations de wigner – ville comme representations temps frequence" in qeme. Coll GRETST, 43-49, Nice : France
9- Martin, W. and Flandrin, P. (1985) "wigner ville spectral Analysis of non stationary processes" IEEE transactions on Acustics speech and signal processing, 33, 1461 – 1470
10- Priestley, M.B, (1966) "Evolutionary Spectra and Non stationary processes", J. Roy. Statist. Soc. B, 27, 204-237.
11- Priestley, M.B, (1981), "Spectral Analysis and Time Series" London, Academic Press.
12- Priestley, M.B, (1988), "Non – linear and non stationary Time series Analysis" London – Academic Press.
13- Wei, w. (1991) "Time series Analysis", Addison Wesley, USA.